# Grundwissen

Kapitel 6
Aufgaben A und B

## Mit Brüchen und Dezimalzahlen rechnen

**Brüche erweitern:** Multipliziere Zähler und Nenner mit derselben Zahl.

$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$ $\qquad \frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{8}{10}$

**Brüche kürzen:** Dividiere Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl.

$\frac{6}{12} = \frac{6:6}{12:6} = \frac{1}{12}$ $\qquad \frac{12}{40} = \frac{12:4}{40:4} = \frac{3}{10}$

**Brüche addieren:** Bringe die Brüche auf den gleichen Nenner. Addiere die Zähler.

$\frac{1}{8} + \frac{6}{8} = \frac{1+6}{8} = \frac{7}{8}$ $\qquad \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

**Brüche multiplizieren:** Multipliziere die Zähler und die Nenner.

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$ $\qquad \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$

**Dezimalzahlen addieren, subtrahieren:** Addiere oder subtrahiere gleiche Stellenwerte von rechts nach links.

4,3 + 2,5 = 6,8 $\qquad$ 1,5 + 3,35 = 4,85
8,64 − 0,5 = 8,14

**Dezimalzahlen multiplizieren:** Multipliziere erst ohne Komma. Zähle die Dezimalen, um das Komma zu setzen.

4,52 · 0,3 = 1,356 $\qquad$ 452 · 3 = 1356 (ohne Komma berechnen)
52 3 356
zwei + eine = drei $\qquad$ drei Dezimalen

**1** Erweitere mit den blauen Zahlen in Klammern. Kürze mit den roten Zahlen.

a) $\frac{1}{2}$ (3) b) $\frac{3}{4}$ (2) c) $\frac{5}{8}$ (4) d) $\frac{2}{3}$ (4)
e) $\frac{6}{9}$ (3) f) $\frac{2}{4}$ (2) g) $\frac{5}{50}$ (5) h) $\frac{8}{12}$ (4)

**2** Berechne. Kürze, falls möglich.

a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{5} + \frac{3}{10}$ c) $\frac{1}{6} + \frac{1}{5}$ d) $\frac{5}{4} - \frac{3}{4}$
e) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ f) $\frac{9}{5} - \frac{4}{10}$ g) $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$ h) $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{8}$

**3** Berechne. Schreibe das Ergebnis als Dezimalzahl.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{8} + \frac{3}{8}$ c) $\frac{4}{5} + \frac{1}{10}$ d) $\frac{3}{5} - \frac{1}{10}$
e) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$ f) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$ g) $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5}$ h) $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}$

**4** Berechne als Dezimalzahl.

a) 1,5 + 3,2 b) 4,64 − 3,2 c) 5,03 + 4,1
d) 1,5 · 2,2 e) 3,2 · 4 f) 0,32 · 0,2
g) $\frac{1}{10} \cdot 3$ h) $\frac{1}{4} \cdot 1{,}6$ i) $\frac{7}{10} \cdot 0{,}1$ j) $\frac{4}{5} \cdot 0{,}22$

Kapitel 4
Aufgaben B und C

Kapitel 6
Aufgabe B

## Brüche und Dezimalzahlen in Prozent umwandeln

Hat ein Bruch den Nenner 100, liest du die zugehörige Prozentzahl im Zähler ab. Andere Brüche kannst du oft durch Erweitern oder Kürzen auf den Nenner 100 bringen.

$\frac{50}{100} = 50\,\%$ $\qquad \frac{7}{100} = 7\,\%$ $\qquad \frac{3{,}5}{100} = 3{,}5\,\%$ $\qquad \frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 80\,\%$ $\qquad \frac{150}{200} = \frac{75}{100} = 75\,\%$ $\qquad \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 12{,}5}{8 \cdot 12{,}5} = \frac{37{,}5}{100} = 37{,}5\,\%$

Die ersten zwei Dezimalen einer Dezimalzahl geben die zugehörige Prozentzahl an.

0,75 = 75 % $\qquad$ 0,06 = 6 % $\qquad$ $\frac{1}{3}$ = 0,33 = 33 % $\qquad$ $\frac{1}{12}$ = 0,08 = 8 %
0,125 = 12,5 % $\qquad$ 0,6 = 60 % $\qquad$ **Achtung:** 1,06 = 106 % $\qquad$ 1,6 = 160 %

**5** Wandle in Prozent um.

a) $\frac{25}{100}$ b) $\frac{3}{100}$ c) $\frac{1}{10}$ d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{5}{8}$ f) $\frac{2}{3}$

**6** Wandle in Prozent um.

a) 0,45 b) 0,30 c) 0,07 d) 0,375
e) 0,333 f) 0,499 g) 1,25 h) 0,01

**7**
a) Wandle in eine Dezimalzahl um.
(1) 25 % (2) 45 % (3) 60 %
(4) 33 % (5) 10 % (6) 17,5 %
(7) 99 % (8) 1,5 % (9) 120 %
b) Schreibe die Zahlen aus a) als Bruch. Kürze, falls möglich.

→ Die Lösungen findest du auf Seite 295.

**Kapitel 2**
Aufgabe A

### Fachbegriffe für Potenzen

Eine Potenz ist ein Produkt aus gleichen Faktoren. Es gibt vier Fachbegriffe.

Exponent

$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5 = 1024$ Lies: vier hoch fünf

Potenz Basis Potenzwert

**8** Schreibe die Potenz und das zugehörige Produkt. Berechne den Potenzwert.

| Basis | 6 | 4 | 7 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| Exponent | 4 | 5 | 3 | 7 |

**9** Welcher Rechenausdruck ist eine Potenz? Gib für die Potenzen die Basis und den Exponenten an.
a) $5 \cdot 7$ b) $7^5$ c) $20^{20}$ d) $2 \cdot 5^3$

**Kapitel 2**
Aufgabe B

### Potenzen in Produkte umwandeln und umgekehrt

Jede Potenz kannst du in ein Produkt aus gleichen Faktoren umwandeln.
$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$ $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$ $a^3 = a \cdot a \cdot a$
Jedes Produkt aus gleichen Faktoren kannst du in eine Potenz umwandeln.
$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$ $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^4$ $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$

**10** Schreibe die Potenz als Produkt.
a) $6^4$ b) $3^5$ c) $2^8$
d) $(-3)^3$ e) $0{,}5^3$ f) $b^5$
g) $0{,}3^4$ h) $x^4$ i) $c^3$

**11** Schreibe das Produkt als Potenz.
a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ b) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$
c) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ d) $0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4$
e) $1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5$ f) $1{,}01 \cdot 1{,}01$

**Kapitel 2**
Aufgabe C

### Quadratzahlen und Kubikzahlen im Kopf und mit dem Taschenrechner berechnen

Die Potenzen von natürlichen Zahlen mit dem Exponenten 2 heißen **Quadratzahlen**.
Die Potenzen von natürlichen Zahlen mit dem Exponenten 3 heißen **Kubikzahlen**.

**12** Schreibe eine Liste der
a) Quadratzahlen mit der Basis 1; 2; 3; …; 15.
b) Kubikzahlen mit der Basis 1; 2; 3; …; 10.

**13** Finde die Quadratzahlen und Kubikzahlen.
8 16 27 81 128
625 256 1 343 1000

**Kapitel 4**
Aufgabe E

### Potenzen im Kopf und mit dem Taschenrechner berechnen

Einige Potenzen solltest du auswendig kennen. Der Taschenrechner hat für die schnelle Berechnung von Potenzen eine eigene Taste.

**14** Fülle die Tabelle aus.

a)

| $2^1$ | $2^2$ | $2^3$ | … | $2^{12}$ |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | ■ | … | ■ |

b)

| $5^1$ | $5^2$ | $5^3$ | $5^4$ | $5^5$ |
|---|---|---|---|---|
| ■ | ■ | ■ | ■ | ■ |

**15** Berechne. Runde auf zwei Dezimalen.
a) $4^7$ b) $12^3$ c) $1{,}5^7$ d) $10^{10}$
e) $3{,}1^6$ f) $1{,}01^6$ g) $1{,}001^4$ h) $5{,}47^3$

**16** Welche Potenzen kannst du aus je zwei der Zahlen 2; 5; 10 bilden? Welche hat den größten Wert, welche den kleinsten?

**17** Welche Werte sind gleich? Antworte, ohne zu rechnen.
$3^4$ $(-3)^4$ $-(-3)^4$
$4^3$ $(-4)^3$ $-(-4)^3$
Gib die Werte an und ordne sie der Größe nach.



→ Die Lösungen findest du auf Seite 295.

**Kapitel 2**
Aufgaben D und E

### Zehnerpotenzen. Wissenschaftliche Schreibweise

Potenzen mit der Basis 10 heißen **Zehnerpotenzen**.
In der **wissenschaftlichen Schreibweise** wird eine Zahl als Produkt aus einer Dezimalzahl und einer Zehnerpotenz geschrieben. Diese Dezimalzahl hat vor dem Komma nur eine Ziffer, und diese ist nicht die Null.

$10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

$\underbrace{32\,100}_{4\text{ Stellen}} = 3210 \cdot 10 = 3{,}21 \cdot 10^4$

**18** Schreibe als Zehnerpotenz.
a) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
b) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

**19** Ordne zu.
$10^6$ $10^9$ $10^{12}$ $10^{15}$ $10^{18}$
1 Milliarde; 1 Trillion; 1 Billion;
1 Billiarde; 1 Million; 1 Trilliarde

**20** Wandle in die wissenschaftliche Schreibweise um.
a) 5436 b) 12 345 c) 45,6
d) 983 600 e) 66,5 f) 741,3

**21** Schreibe als natürliche Zahl.
a) $6{,}5 \cdot 10^2$ b) $3{,}26 \cdot 10^4$ c) $4{,}321 \cdot 10^5$
d) $600 \cdot 10^2$ e) $457 \cdot 10^3$ f) $88 \cdot 10^4$

**Kapitel 2**
Aufgabe F

### Fachbegriffe für Quadratwurzeln

Das Wurzelziehen ist die Umkehrung des Quadrierens. Die **Quadratwurzel** (kurz: Wurzel) einer positiven Zahl b ist die positive Zahl a, für die $a^2 = b$ gilt.

Wurzelzeichen
$\sqrt{b} = a$
Radikand
Wurzel

$\sqrt{64} = 8$, da $8^2 = 64$
$\sqrt{25} = 5$, da $5^2 = 25$
$\sqrt{100} = 10$, da $10^2 = 100$
$\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$, da $0{,}5^2 = 0{,}25$

**22** Welche zwei Kärtchen gehören zusammen? Ein Kärtchen passt zu keinem anderen.

$\sqrt{9} = 3$ | $\sqrt{16} = 4$ | $4^2 = 16$ | $\sqrt{81} = 9$ | $\sqrt{4} = 2$ | $2^4 = 16$ | $3^2 = 9$ | $2^2 = 4$ | $9^2 = 81$

**Kapitel 2**
Aufgaben G und H
**Kapitel 4**
Aufgabe F

### Quadratwurzeln berechnen

Aus vielen Quadratzahlen kannst du die Wurzel im Kopf ziehen. Oft brauchst du aber auch den Taschenrechner.

$16^2 = 256$, da $\sqrt{256} = 16$
$\sqrt{2} = 1{,}41$; $\sqrt{10} = 3{,}16$

**23** ☒ Gib die Wurzel an.
a) $\sqrt{25}$ b) $\sqrt{64}$ c) $\sqrt{121}$ d) $\sqrt{225}$
e) $\sqrt{1}$ f) $\sqrt{400}$ g) $\sqrt{0{,}04}$ h) $\sqrt{0{,}09}$

**24** Berechne. Runde auf zwei Dezimalen.
a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{11}$ c) $\sqrt{15}$ d) $\sqrt{80}$
e) $\sqrt{250}$ f) $\sqrt{626}$ g) $\sqrt{2024}$ h) $\sqrt{1{,}001}$

**Kapitel 2**
Aufgaben G und H
**Kapitel 4**
Aufgabe F

### Kubikwurzeln und n-te Wurzeln berechnen

Die **Kubikwurzel** einer positiven Zahl b ist die positive Zahl a, für die $a^3 = b$ gilt. Man schreibt: $a = \sqrt[3]{b}$
Die **n-te Wurzel** einer positiven Zahl b ist die positive Zahl, für die $a^n = b$ gilt. Man schreibt: $a = \sqrt[n]{b}$

$\sqrt[3]{8} = 2$; da $2^3 = 8$
$\sqrt[3]{1000} = 10$; da $10^3 = 1000$
$\sqrt[4]{81} = 3$; da $3^4 = 81$
$\sqrt[5]{243} = 3$; da $3^5 = 243$

**25** ☒ Bestimme die Wurzel.
a) $\sqrt[3]{27}$ b) $\sqrt[3]{64}$ c) $\sqrt[4]{16}$ d) $\sqrt[5]{32}$

**26** Berechne die Wurzel.
a) $\sqrt[3]{2}$ b) $\sqrt[3]{65}$ c) $\sqrt[4]{2}$ d) $\sqrt[6]{100}$

→ Die Lösungen findest du auf Seite 296.

**Kapitel 2**
Aufgabe I

### Rechengesetze für Quadratwurzeln anwenden

**Quadratwurzeln multiplizieren**
Man multipliziert die Radikanden und zieht die Quadratwurzel aus dem Produkt.
$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ mit $a \geq 0$ und $b \geq 0$
$\sqrt{50} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{50 \cdot 8} = \sqrt{400} = 20$
Kommen in Summen und Differenzen gleiche Quadratwurzeln vor, kann man die Quadratwurzeln **ausklammern**.
$a \cdot \sqrt{c} + b \cdot \sqrt{c} = (a + b) \cdot \sqrt{c}$

**Quadratwurzeln dividieren**
Man dividiert die Radikanden und zieht die Quadratwurzel aus dem Quotienten.
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ mit $a \geq 0$ und $b > 0$
$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{5}{20}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
Enthält der Radikand eine Quadratzahl als Faktor, ist **teilweises Wurzelziehen** möglich.
$\sqrt{a^2 \cdot b} = a \cdot \sqrt{b}$ mit $a > 0$

**27** ☒ Vereinfache und berechne.
a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$ b) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}$ c) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$

**28** ☒ Vereinfache durch Ausklammern oder teilweises Wurzelziehen.
a) $3 \cdot \sqrt{6} + 5 \cdot \sqrt{6}$ b) $\sqrt{27}$ c) $\sqrt{200}$

**Kapitel 4**
Aufgabe A

### Fachbegriffe für Prozentrechnung und Zinsrechnung

| Prozentrechnung | Zinsrechnung | |
|---|---|---|
| Prozentsatz p % | Zinssatz p % | Anteil am Grundwert bzw. am Kapital in Prozent |
| Prozentwert W | Zinsen Z | Bruchteil des Grundwerts bzw. des Kapitals |
| Grundwert G | Kapital K | Ganzes, also 100 % |

**29** Ordne die Begriffe den Zahlen zu.
a) Von 50 Birnen sind 5 faul. Das sind 10 %.
b) 500 € erbrachten 10 € bei 2 %.

**Kapitel 4**
Aufgabe D

### Prozentsatz, Prozentwert, Grundwert berechnen

Gegeben: Grundwert G und Prozentwert W
Gesucht: Prozentsatz p %
$p\,\% = \frac{W}{G}$

Gegeben: Grundwert G und Prozentsatz p %
Gesucht: Prozentwert W
$W = G \cdot p\,\%$

Gegeben: Prozentwert W und Prozentsatz p %
Gesucht: Grundwert G
$G = \frac{W}{p\,\%}$

**30**
a) Berechne den Prozentsatz: (1) 44 Stück von 200 Stück (2) 25 m von 250 m
b) Berechne den Prozentwert: (1) 20 % von 150,00 € (2) 30 % von 1200 Stimmen
c) Berechne den Grundwert: (1) 100,00 € sind 25 %. (2) 12 kg sind 15 %.

**Prüfungsvorbereitung**

### Zinsen berechnen

Die Zinsen Z kannst du aus dem Kapital K und dem Zinssatz p % berechnen: $Z = K \cdot p\,\%$

**31** Berechne die Zinsen.
a) 3 % von 100,00 € b) 2 % von 1500,00 € c) 1,2 % von 1350,50 €
d) 0,7 % von 12 000,00 € e) 0,01 % von 27 428,78 € f) 0,75 % von 750 €



→ Die Lösungen findest du auf Seite 296.

**Kapitel 5**
Aufgabe A

## Terme umformen

Beim Vereinfachen von Termen löst du zuerst die Klammern auf. Anschließend addierst oder subtrahierst du gleichartige Glieder.

**Plusklammern**
Steht vor der Klammer ein Pluszeichen, kannst du die Klammer weglassen.

$15 + (6x - 8)$
$= 15 + 6x - 8$
$= 7 + 6x$

$8 + (-3 + 2x)$
$= 8 - 3 + 2x$
$= 5 + 2x$

**Minusklammern**
Steht vor der Klammer ein Minuszeichen,
- lässt du das Minuszeichen vor der Klammer weg und
- wandelst alle Pluszeichen in der Klammer in Minuszeichen um und umgekehrt.

$15 - (6x - 8)$
$= 15 - 6x + 8$
$= 23 - 6x$

$8 - (-3 + 2x)$
$= 8 + 3 - 2x$
$= 11 - 2x$

**Ausmultiplizieren**
Beim Ausmultiplizieren multiplizierst du den ersten Faktor mit jedem Glied in der Klammer. Du verwendest dabei das Verteilungsgesetz (Distributivgesetz).

$3 \cdot (2x - 5)$
$= 3 \cdot 2x + 3 \cdot (-5)$
$= 6x - 15$

$-4x \cdot (-x + 5)$
$= -4x \cdot (-x) - 4x \cdot 5$
$= 4x^2 - 20x$

**Summen multiplizieren**
Beim Multiplizieren von Summen multiplizierst du jeden Summanden der ersten mit jedem Summanden der zweiten Summe. Die Produkte addierst bzw. subtrahierst du.

$(x - 7)(2x + 3)$
$= x \cdot 2x + x \cdot 3 - 7 \cdot 2x - 7 \cdot 3$
$= 2x^2 + 3x - 14x - 21$
$= 2x^2 - 11x - 21.$

**Binomische Formeln**

**1. binomische Formel:**
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(x + 3)^2$
$= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$
$= x^2 + 6x + 9$

**2. binomische Formel:**
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(7a - b)^2$
$= (7a)^2 - 2 \cdot 7a \cdot b + b^2$
$= 49a^2 - 14ab + b^2$

**3. binomische Formel:**
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
$(4a + 5b)(4a - 5b)$
$= (4a)^2 - (5b)^2$
$= 16a^2 - 25b^2$

**32** Löse die Plusklammer auf.
a) $7 + (x - 8)$  b) $25 + (-6 + x)$
c) $3a + (-5 - a)$  d) $-32 + (4y + 17)$

**33** Löse die Minusklammer auf.
a) $5 - (2x + 3)$  b) $7x - (3x - 8)$
c) $a - (-6a + 12)$  d) $-5y - (-6 + 7y)$

**34** Multipliziere aus.
a) $5 \cdot (3x + 7)$  b) $2x \cdot (5 - 9x)$
c) $-y \cdot (-3y - 13)$  d) $3b \cdot (4a - 3b + 7)$

**35** Multipliziere die Summen.
a) $(x + 3)(x + 1)$  b) $(x - 4)(x - 8)$
c) $(2a - 3)(5 - a)$  d) $(6 - 3y)(-4y - 9)$
e) $(-5x - 3)(-4x - 9)$
f) $(2a - 4b)(-6a + 4b)$

**36** Verwende eine binomische Formel.
a) $(x + 3)^2$  b) $(x - 8)^2$
c) $(x + 7)(x - 7)$  d) $(2x - 4)^2$
e) $(0{,}5 + 4a)^2$  f) $(1 - 3y)(1 + 3y)$

**37** Fülle die Lücken.
a) $4 \cdot (\blacksquare + 3x) = 16 + \blacksquare$
b) $(8x - \blacksquare) \cdot 5 = \blacksquare - 20$
c) $(x + \blacksquare)(x - \blacksquare) = x^2 - 36$
d) $(x - \blacksquare)^2 = x^2 - \blacksquare + 49$

**38** Löse die Klammern auf und vereinfache den Term so weit wie möglich.
a) $(x + 3)^2 - (5 + 6x)$
b) $(x + 4)(x - 4) - 2(7x - 8)$
c) $18 - (6x + 4) \cdot 3 - 8(3x + 7)$
d) $6a - (a - 4)^2 + (2 + a)^2$
e) $20 - (2y - 5)^2 - (4y - 1)(4y + 1)$

→ Die Lösungen findest du auf Seite 296.

**Kapitel 5**
Aufgaben B und G

### Faktorisieren mit binomischen Formeln

Mithilfe der binomischen Formeln kannst du geeignete Summenterme in Produktterme umwandeln. Das nennt man **Faktorisieren**.

| | | |
|---|---|---|
| $x^2 + 8x + 16$ | $25a^2 - 10ab + b^2$ | $9a^2 - 64b^2$ |
| $= x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x + 4^2$ | $(5a)^2 - 2 \cdot 5a \cdot b + b^2$ | $(3a)^2 - (8b)^2$ |
| $= (x + 4)^2$ | $= (5a - b)^2$ | $(3a + 8b)(3a - 8b)$ |

**39** Fülle die Lücken. Entscheide zuerst, welche binomische Formel passt.

a) $x^2 - 12x + 36 = (\square - \square)^2$
b) $x^2 + 8x + 16 = (\square + \square)^2$
c) $x^2 - 49 = (\square + \square)(\square - \square)$
d) $100 - 20x + x^2 = (\square - \square)^2$
e) $36x^2 - 64 = (\square - \square)(\square + \square)$
f) $0{,}25 + x + x^2 = (\square + \square)^2$

**40** Faktorisiere mithilfe einer binomischen Formel.

a) $x^2 + 10x + 25$ b) $x^2 - 8x + 16$
c) $x^2 - 12x + 36$ d) $x^2 - 81$
e) $121 - x^2$ f) $144 + 24x + x^2$
g) $0{,}64x^2 - y^2$ h) $0{,}25 - x + x^2$

**41** Führe den Binom-Check durch. Faktorisiere, wenn möglich.

- $x^2 + 8x + 16$ A
- $x^2 - 4x + 8$ B
- $x^2 + 36$ C
- $1 - 2x + x^2$ D
- $0{,}49 - x^2$ E
- $x^2 + 3x + 2{,}25$ F
- $0{,}25 + x - x^2$ G
- $4x^2 + 12x + 9$ H
- $100x^2 - 50x - 6{,}25$ I

**42** Ergänze quadratisch und faktorisiere.

a) $x^2 + 10x + \square$ b) $x^2 + 16x + \square$
c) $x^2 - 20x + \square$ d) $x^2 - 50x + \square$
e) $x^2 - 7x + \square$ f) $x^2 + 5x + \square$
g) $9x^2 + 24x + \square$ h) $25x^2 - 60x + \square$

**Kapitel 4**
Aufgabe G

### Formeln verwenden

**Formeln** sind Gleichungen mit mehreren Variablen. Sie beschreiben, wie Variablen, Größen und Zahlen zusammenhängen.

Ist eine Variable gesucht, kannst du
- die gegebenen Werte zuerst in die Formel einsetzen und nach der gesuchten Variablen umformen

oder
- die Formel zuerst nach der gesuchten Variablen umstellen und dann einsetzen.

Formel: $W = G \cdot p\,\%$
gegeben: $W = 15\,€$; $G = 600\,€$

**zuerst einsetzen:**
$W = G \cdot p\,\%$
$15 = 600 \cdot p\,\%$ $\mid : 600$
$0{,}025 = p\,\%$
$p\,\% = 2{,}5\,\%$

**zuerst umstellen:**
$W = G \cdot p\,\%$ $\mid : G$
$\frac{W}{G} = p\,\%$
$\frac{15}{600} = p\,\%$
$p\,\% = 0{,}025 = 2{,}5\,\%$

**43** Setze die gegebenen Werte in die Formel ein und berechne den Wert der Variablen.

a) Formel: $W = G \cdot p\,\%$
gegeben: $G = 35\,km$; $p\,\% = 60\,\%$
b) Formel: $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$
gegeben: $A = 37{,}8\,cm^2$; $h_c = 8{,}4\,cm$
c) Formel: $A = \frac{1}{2}(a + c) \cdot h_T$
gegeben: $A = 27\,m^2$; $h_T = 9\,m$; $a = 5\,m$
d) Formel: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$
gegeben: $V = 89{,}8\,cm^2$; $h = 7{,}0\,cm$

**44** Stelle die Formel zuerst um. Berechne damit den Wert der gesuchten Variablen.

a) Formel: $s = v \cdot t$
gegeben: $s = 136\,km$; $v = 80\,km/h$
b) Formel: $V = a \cdot b \cdot c$
gegeben: $V = 420\,m^2$; $a = 5\,m$; $b = 7\,m$
c) Formel: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$
gegeben: $V = 194{,}6\,cm^2$; $r = 2{,}8\,cm$
d) Formel: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
gegeben: $V = 589{,}0\,cm^3$


→ Die Lösungen findest du auf Seite 297.

**Kapitel 5**
Aufgabe C

## Gleichungen lösen

Gleichungen kannst du mithilfe von Äquivalenzumformungen lösen.
Du darfst auf beiden Seiten der Gleichung:
- die Terme umformen
- den gleichen Term addieren oder subtrahieren
- mit derselben Zahl (außer Null) multiplizieren oder durch dieselbe Zahl dividieren
- auf beiden Seiten die Wurzel ziehen

### Lineare Gleichungen lösen

| | | |
|---|---|---|
| $20 + 4(3x - 8)$ | $= 8x$ | \| Klammer auflösen |
| $20 + 12x - 32$ | $= 8x$ | \| zusammenfassen |
| $12x - 12$ | $= 8x$ | \| $-8x$ |
| $4x - 12$ | $= 0$ | \| $+12$ |
| $4x$ | $= 12$ | \| $:4$ |
| $x$ | $= 3$ | |

| | | |
|---|---|---|
| $(x + 2)^2$ | $= (x - 8)^2$ | \| Klammern auflösen |
| $x^2 + 4x + 4$ | $= x^2 - 16x + 64$ | \| $-x^2$ |
| $4x + 4$ | $= -16x + 64$ | \| $+16x$ |
| $20x + 4$ | $= 64$ | \| $-4$ |
| $20x$ | $= 60$ | \| $:20$ |
| $x$ | $= 3$ | |

### Rein quadratische Gleichungen lösen

Eine rein-quadratische Gleichung löst du nach $x^2$ auf. Anschließend ziehst du auf beiden Seiten der Gleichung die Wurzel.

$3x^2 - 47 = 28 \quad | +47$
$3x^2 = 75 \quad | :3$
$x^2 = 25 \quad | \sqrt{\ }$
$x_{1,2} = \sqrt{25}$
$x_1 = 5;\ x_2 = -5$

### Lösen mit dem Satz vom Nullprodukt

Zum Lösen einer Gleichung der Form **$x^2 + bx = 0$** klammerst du x aus und erhältst **$x \cdot (x + b) = 0$**. Der Wert des Produkts ist Null, wenn mindestens einer der Faktoren 0 ist.

$x^2 - 9x = 0 \quad |$ ausklammern
$x \cdot (x - 9) = 0$
$x_1 = 0;\ x_2 - 9 = 0 \quad | +9$
$x_2 = 9$

### Lösen mit quadratischer Ergänzung

Zum Lösen der Gleichung **$x^2 + bx = -c$** ergänzt du den Term zum Binom, indem du $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ auf beiden Seiten addierst.

$x^2 + 6x = 16 \quad | +\left(\frac{6}{2}\right)^2$
$x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 16 + \left(\frac{6}{2}\right)^2$
$x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 = 16 + 3^2$
$(x + 3)^2 = 25 \quad | \sqrt{\ }$
$x + 3 = \pm 5 \quad | -3$
$x_1 = +5 - 3 = 2;\ x_2 = -5 - 3 = -8$

### Lösen mit der Lösungsformel

Zum Lösen einer Gleichung der Form **$x^2 + bx + c = 0$** kannst du die Lösungsformel verwenden: **$x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$**

$x^2 + 8x - 33 = 0$
$b = 8;\ c = -33$
$x_{1,2} = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - (-33)}$
$x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{16 + 33}$
$x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{49}$
$x_1 = -4 + 7 = 3;\ x_2 = -4 - 7 = -11$

**45** Löse die lineare Gleichung.
a) $6x + 7 = 5x - 9$  b) $3(5 - x) = x + 7$
c) $6x + (5 - 10x) = 4x + 9$
d) $3x - (18 + 7x) = 5(x + 9)$
e) $16 - (x + 5)^2 = 61 - x^2$

**46** Löse die rein quadratische Gleichung.
a) $x^2 - 5 = 31$
b) $3x(x + 2) = 30 - (3 - 6x)$
c) $4x(6 - x) = 72 - 12x(x - 2)$

**47** Löse mit dem Satz vom Nullprodukt.
a) $x^2 - 3x = 0$  b) $x^2 + 6x = 0$
c) $3x(x - 8) = 12x$

**48** Löse mit quadratischer Ergänzung.
a) $x^2 + 6x = -8$  b) $x^2 - 12x = -36$
c) $x^2 + 20x - 22 = 22$

**49** Löse mit der Lösungsformel.
a) $x^2 + 8x + 7 = 0$  b) $x^2 - 5x - 24 = 0$

→ Die Lösungen findest du auf Seite 297.

**50** Löse die Gleichung. Wähle dazu ein geeignetes Verfahren.

a) $2(x-3) = 8x - (6 + x^2)$  b) $x^2 = (x-6)(x+3) + 39$  c) $(x-4)^2 = 1 + (x-1)\cdot 3$

**Prüfungsvorbereitung**
Teil A

## Bruchgleichungen lösen

Terme, bei denen Variablen im Nenner vorkommen, heißen **Bruchterme**.
Gleichungen, in denen Bruchterme vorkommen, heißen **Bruchgleichungen**.

Bruchgleichungen löst man schrittweise. $\frac{x+1}{4x} = 2 - \frac{5}{x}$

- Bestimme die Definitionsmenge. — $x \neq 0$ bzw. $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$
- Multipliziere mit einem gemeinsamen Nenner, damit die Bruchterme entfallen. — gemeinsamer Nenner: $4x$

$$\frac{x+1}{\cancel{4x}}\cdot \cancel{4x} = 2\cdot 4x - \frac{5}{\cancel{x}}\cdot 4\cancel{x}$$

- Löse die Gleichung.

$$\begin{aligned} x+1 &= 2\cdot 4x - 5\cdot 4 && \mid T \\ x+1 &= 8x - 20 && \mid -x \quad \mid +20 \\ 21 &= 7x && \mid :7 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

- Vergleiche die Lösung mit der Definitionsmenge. — Da die Zahl 3 zur Definitionsmenge gehört, ist sie Lösung der Gleichung.

**51** Löse die Bruchgleichung. Für die Definitionsmenge gilt: $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

a) $\frac{x-4}{x} + 2x = 3$  b) $2x - \frac{3x+2}{2} = \frac{3}{2x}$  c) $\frac{3}{2x} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6x}$  d) $\frac{x-4}{6} + \frac{1}{2x} = \frac{5}{2x}$

**52** Bestimme die Definitionsmenge und löse die Bruchgleichung.

a) $2x - 5 + \frac{18}{x-1} = 9$  b) $\frac{x-5}{x-2} = 1 - \frac{x+1}{x-2}$  c) $4x = \frac{-25}{x-5}$  d) $\frac{x}{2x+1} - x = \frac{4-3x}{2x+1} - 1{,}5$

**Kapitel 5**
Aufgaben D und F

## Lineare Funktionen

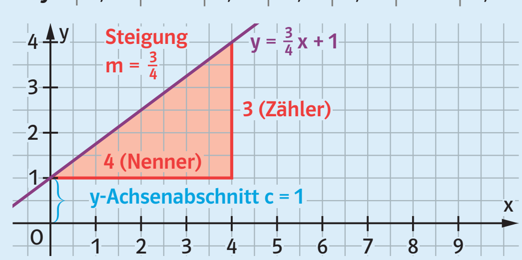
Eine **lineare Funktion** hat die Funktionsgleichung **$y = m\cdot x + c$**.

Funktionsgleichung: $y = \frac{3}{4}x + 1$

| x | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y | 0,25 | 1 | 1,75 | 2,5 | 3,25 | 4 | 4,75 |

Mithilfe der **Funktionsgleichung** kannst du **Wertepaare** berechnen und sie in einer **Wertetabelle** darstellen.

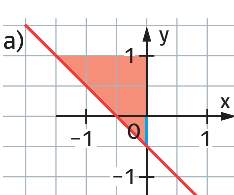
Der **Graph** der linearen Funktion ist eine **Gerade** mit der **Steigung m** und dem **y-Achsenabschnitt c**.

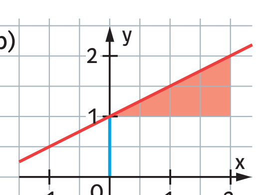



**53** Erstelle eine Wertetabelle. Zeichne die Gerade in ein Koordinatensystem.

a) $y = 2x - 3$  b) $y = -\frac{3}{4}x + 2$

**54** Lies die Steigung m und den y-Achsenabschnitt c ab. Gib die Funktionsgleichung an.

a)



b)





→ Die Lösungen findest du auf Seite 298.

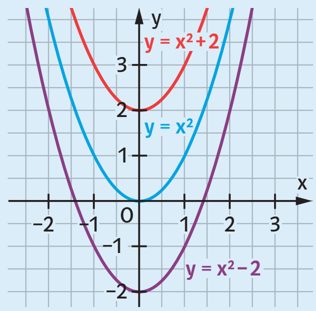
**55** Zeichne die Gerade in ein Koordinatensystem. Markiere dazu den y-Achsenabschnitt c und zeichne ein Steigungsdreieck mit der Steigung m.

a) $y = \frac{1}{4}x - 2$  b) $y = 2x$  c) $y = -\frac{1}{2}x + 3$  d) $y = -1{,}5x + 0{,}5$  e) $y = \frac{3}{4}x + 1$

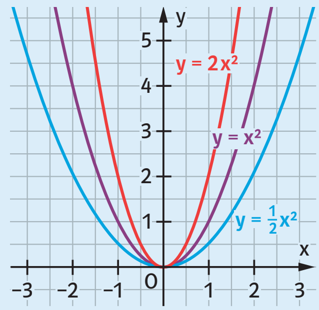
**Kapitel 5**
Aufgabe D

### Tabelle und Schaubild der quadratischen Funktion $y = ax^2 + c$ erstellen

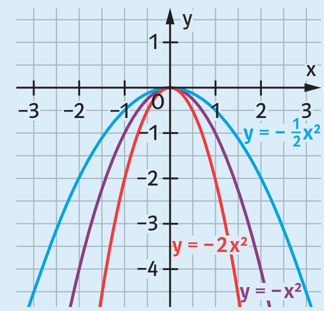
Der Graph der **quadratischen Funktion** mit der Funktionsgleichung $y = x^2$ ist die **Normalparabel**. Durch Wahl der Koeffizienten a und c in der Funktionsgleichung $y = ax^2 + c$ kannst du die Lage und die Form der Normalparabel ändern.




$a = 1;\ c = 0$
Normalparabel;
Scheitel $S(0|0)$
$a = 1;\ c > 0$ bzw. $c < 0$
Normalparabel nach **oben** bzw. nach **unten** verschoben; Scheitel $S(0|c)$



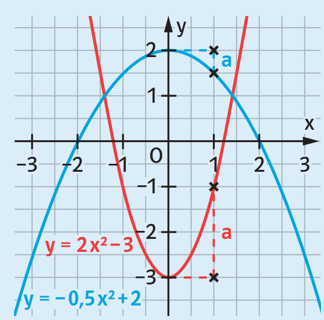

$a > 0;\ c = 0$
Parabel nach oben geöffnet
$a > 1$ bzw. $0 < a < 1$
Parabel **schlanker** bzw. **breiter** als die Normalparabel; Scheitel $S(0|0)$



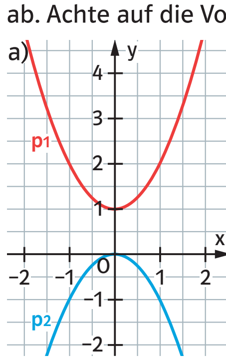

$a < 0;\ c = 0$
Parabel nach unten geöffnet
$a < -1$ bzw. $-1 < a < 0$
Parabel **schlanker** bzw. **breiter** als die Normalparabel Scheitel $S(0|0)$

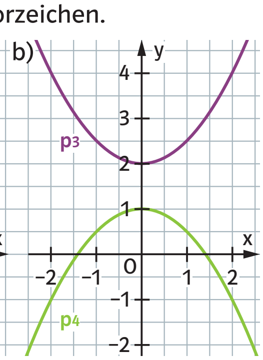
$a > 1;\ c < 0$
Parabel nach oben geöffnet, nach unten verschoben, schlanker als die Normalparabel; Scheitel $S(0|c)$
$-1 < a < 0;\ c > 0$
Parabel nach unten geöffnet, nach oben verschoben, breiter als die Normalparabel; Scheitel $S(0|c)$
Vor dem Zeichnen legst du eine Wertetabelle an.

| x | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = 2x^2 - 3$ | 15 | 5 | −1 | −3 | −1 | 5 | 15 |
| $y = -0{,}5x^2 + 2$ | −2,5 | 0 | 1,5 | 2 | 1,5 | 0 | −2,5 |




**56** Lies die Werte von a und c an der Parabel ab. Achte auf die Vorzeichen.




**57** In welche Richtung ist die Parabel verschoben? In welche Richtung ist sie geöffnet? Ist sie schlanker oder breiter als die Normalparabel?

a) $y = 2x^2 + 5$  b) $y = 0{,}75x^2 - 6$
c) $y = -3x^2 + 1$  d) $y = -0{,}5x^2 - 1$

**58** Erstelle eine Wertetabelle und zeichne die Parabel. Gib den Scheitel an.

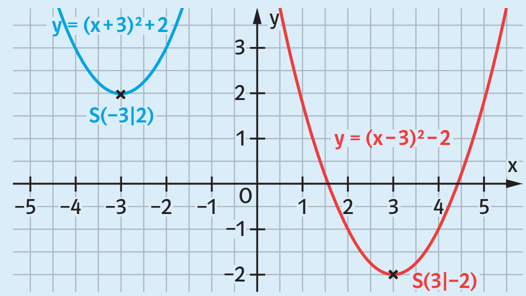
a) $y = 2x^2 - 4$  b) $y = 0{,}5x^2 + 1$
c) $y = 1{,}5x^2 - 3$  d) $y = -1{,}5x^2 + 3$
e) $y = 0{,}4x^2$  f) $y = -2x^2 + 3{,}5$

→ Die Lösungen findest du auf Seite 299.

**Kapitel 5**
Aufgabe E

### Aus der Scheitelform einer verschobenen Normalparabel den Scheitelpunkt ablesen

Der Graph der quadratischen Funktion **$y = (x - d)^2 + e$** ist eine verschobene Normalparabel. Aus dieser Funktionsgleichung kannst du den Scheitel **S(d | e)** ablesen. Daher heißt sie **Scheitelform**.
Aus der Scheitelform $y = (x - 3)^2 - 2$ liest man ab: S(3 | −2).
Aus der Scheitelform $y = (x + 3)^2 + 2$ liest man ab: S(−3 | 2).

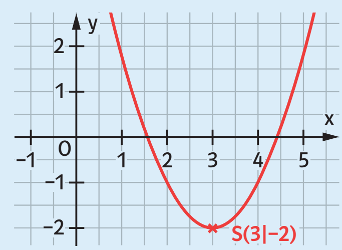



**59** Lies aus der Scheitelgleichung den Scheitelpunkt ab.
a) $y = (x - 1)^2 + 4$ b) $y = (x + 4)^2 - 1$ c) $y = (x - 4)^2 + 1$ d) $y = (x + 1)^2 - 4$

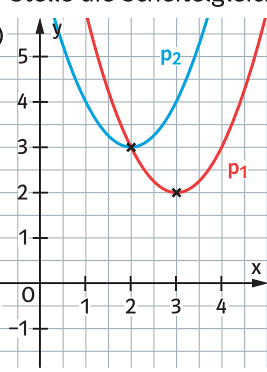
**Kapitel 5**
Aufgabe F

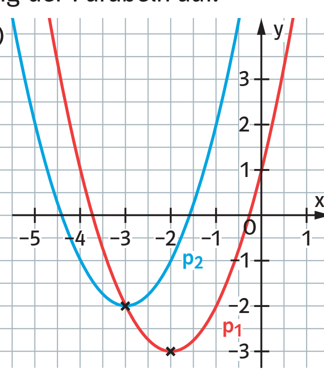
### Die Koordinaten des Scheitelpunkts aus dem Graphen ablesen und die Funktionsgleichung angeben

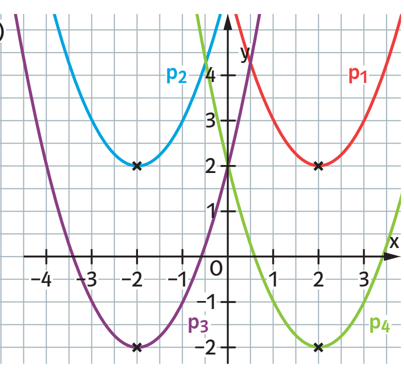
Die Koeffizienten d bzw. e in der Scheitelgleichung sind die x-Koordinate bzw. y-Koordinate des Scheitels S(d | e).
Aus dem Graph liest man ab: S(3 | −2).
Die Funktionsgleichung in Scheitelform ist $y = (x - 3)^2 - 2$.




**60** Stelle die Scheitelgleichung der Parabeln auf.

a)



b)



c)



**Kapitel 5**
Aufgaben G und H

### Die Normalform in die Scheitelform umformen

Die **Normalform** der quadratischen Funktion ist **$y = x^2 + bx + c$**. Sie lässt sich durch **quadratische Ergänzung** auf **Scheitelform** bringen. Aus der Scheitelform kann man den Scheitel ablesen.

Normalform $y = x^2 - 10x + 15$

$y = x^2 - 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2 + 15 - \left(\frac{10}{2}\right)^2$

quadr. Ergänzung

Scheitelform $y = (x - 5)^2 - 10$

Der Scheitel ist S(5 | −10).

**61** Bringe die Normalform auf die Scheitelform.
a) $y = x^2 + 4x + 2$ b) $y = x^2 - 6x - 7$ c) $y = x^2 + 8x - 18$ d) $y = x^2 - 12x + 4$



→ Die Lösungen findest du auf Seite 300.

**Prüfungsvorbereitung**
Teil B
Teil C

## Modellieren mit linearen Gleichungssystemen

Mithilfe von linearen Funktionen kannst du Probleme und Fragestellungen des Alltags lösen. Oft ist eine exakte Beantwortung der Frage sehr aufwendig und nicht notwendig. Deshalb kannst du die reale Situation vereinfachen und in ein mathematisches Modell übersetzen. Die ermittelte mathematische Lösung musst du abschließend auf ihre Sinnhaftigkeit überprüfen. Diesen Kreislauf nennt man **mathematisches Modellieren**.

**Stufen des mathematischen Modellierens**

1. **Übersetzen** der wirklichen Situation in ein mathematisches Modell
2. **Lösen** der mathematischen Aufgabe
3. **Interpretieren** der Lösung in der Wirklichkeit
4. **Bewerten** des wirklichen Ergebnisses

1. Übersetzen

| Reale Welt | Mathematik |
|---|---|
| **Wirkliche Situation**<br>Familie Sommer muss in eine 150 km entfernte Stadt umziehen und möchte ein Umzugsfahrzeug für 4 Tage mieten. Sie rechnet damit, mehrmals fahren zu müssen.<br><br>**Angebot XXmobil**<br>55 € pro Tag plus 25 Cent pro gefahrenem Kilometer<br><br>**Angebot Move 24**<br>45 € pro Tag plus 30 Cent pro gefahrenem Kilometer<br><br>Für welches Angebot soll sich Familie Sommer entscheiden? | **Mathematisches Modell**<br>Die Kosten für die Umzugsfahrten lassen sich mit linearen Funktionen darstellen.<br>Die Variable x steht dabei für die gefahrenen Kilometer.<br><br>**Funktionsgleichungen aufstellen:**<br><br>Angebot XXmobil $y = 0{,}25 \cdot x + 4 \cdot 55$<br><br>Angebot Move 24 $y = 0{,}30 \cdot x + 4 \cdot 45$ |
| 4. Bewerten | 2. Lösen |
| **Wirkliches Ergebnis**<br>Familie Sommer muss die Entscheidung davon abhängig machen, wie viele Fahrten notwendig sind. Ab der sechsten Fahrt ist das Angebot XXmobil günstiger. | **Mathematisches Ergebnis**<br>Gleichsetzen ergibt:<br>$0{,}25 \cdot x + 4 \cdot 55 = 0{,}30 \cdot x + 4 \cdot 45$<br>Gleichung nach x auflösen: $x = 800$<br>Anzahl der Fahrten: $A = 800 : 150 \approx 5{,}3$ |

3. Interpretieren

**62** Frau Klein vergleicht Angebote für Ferienwohnungen.

**Landhaus Sonne**
120 € Miete pro Tag plus 200 € Reinigung, Strom und Heizung

**Riverside**
150 € pro Tag ohne weitere Nebenkosten

Sie möchte mindestens eine Woche Urlaub machen.

**63** Myra und Emma möchten einen Golfkurs belegen. Sie prüfen die beiden Angebote.

**Power Golf**

| | |
|---|---|
| Trainerstunde | 40,00 € |
| Platzmiete pauschal | 400,00 € |

**Hard Drive**

| | |
|---|---|
| Trainerstunde | 50,00 € |
| Platzmiete pauschal | 300,00 € |

Sie rechnen mit mindestens 10 Trainerstunden.

→ Die Lösungen findest du auf Seite 300.

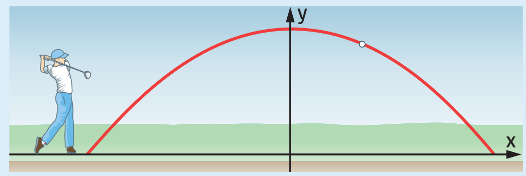
**Prüfungsvorbereitung**
Teil B
Teil C

## Modellieren mit quadratischen Funktionen

Den Modellierungskreislauf kannst du bei quadratischen Funktionen ebenfalls anwenden. Bei den nachfolgenden Beispielen ist er verkürzt dargestellt.

**1. Berechnung von Punkten bei vorgegebener Funktionsgleichung**

Die Flugkurve eines Golfballes (Weite in Metern) lässt sich mit der Funktionsgleichung $y = -\frac{1}{90}x^2 + 40$ beschreiben.
Wie hoch und wie weit fliegt der Ball?




**Mathematisches Modell und zugehörige Ergebnisse**

1. Bestimmung des Scheitelpunkts S
   Aus der Gleichung $y = -\frac{1}{90}x^2 + 40$ lässt sich der y-Wert des Scheitels ablesen: $S(0\,|\,40)$
2. Berechnung der Flugweite w
   Abschlag- und Landepunkt des Balles haben den y-Wert 0.

Damit ergibt sich die Gleichung: $0 = -\frac{1}{90}x^2 + 40$
Durch Umformen erhält man $x_{1,2} = \pm 60$. Der Landepunkt ist also $P(60\,|\,0)$.
Die Flugweite w des Golfballes beträgt damit $w = 2 \cdot 60\,m = 120\,m$.

**64** Überprüfe, ob die Daten der Brücke zur angegebenen Parabelgleichung passen.

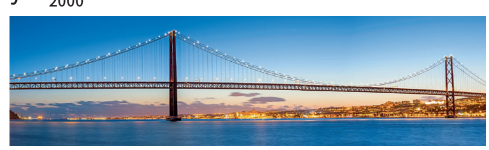
| Brücke | Bosporus-Brücke | Sydney Harbour Bridge |
|---|---|---|
| Spannweite | 1400 m | 1149 m |
| Höhe | 245 m | 134 m |
| Gleichung | $y = 0{,}0005x^2$ | $y = -0{,}004x^2 + 134$ |

**65** Tera übt Weitsprünge. Die Flugkurve ihres Körperschwerpunkts kann näherungsweise mit der Funktionsgleichung $y = -\frac{4}{25}x^2 + 1{,}0$ beschrieben werden.
a) Gib den höchsten Punkt des Sprunges an.
b) Wie weit springt sie?

**66** Zur Clyde Arc Bridge in Glasgow (Schottland) gehört die Funktionsgleichung $y = -0{,}013x^2 + 30$.

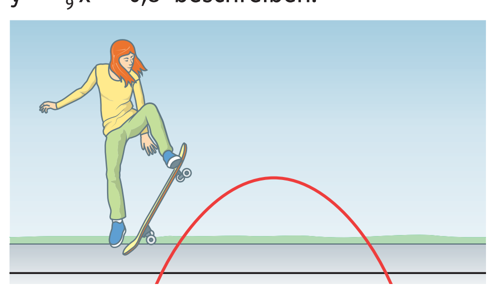
a) Wie hoch ist die Brücke?
b) Berechne die Spannweite.

**67** Die Brücke Ponte de 25 Abril steht bei Lissabon (Portugal). Die Tragseile können mit der Funktionsgleichung $y = \frac{1}{2000}x^2 + 70$ beschrieben werden.



a) Bestimme den Scheitelpunkt.
b) Die beiden Stützen sind 1 km voneinander entfernt. Berechne die Höhe einer Stütze.

**68** Liv springt mit ihrem Skateboard vom Boden ab. Der Sprung lässt sich näherungsweise mit der Funktionsgleichung $y = -\frac{5}{9}x^2 + 0{,}8$ beschreiben.



a) Wie hoch darf ein Hindernis, das Liv überspringen möchte, maximal sein?
b) Wie weit springt sie bei diesem Sprung?



→ Die Lösungen findest du auf Seite 300.

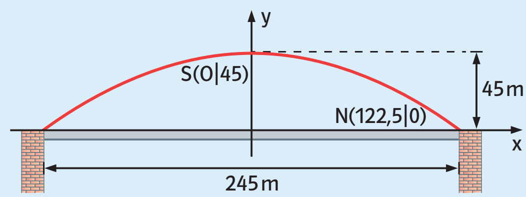
**Prüfungsvorbereitung**
Teil B
Teil C

### 2. Berechnung der Funktionsgleichung aus zwei Punkten

Die abgebildete Brücke ist annähernd parabelförmig.
Sie hat eine Spannweite von gut 245 m und eine maximale Höhe von 45 m.
Gib die Funktionsgleichung an.

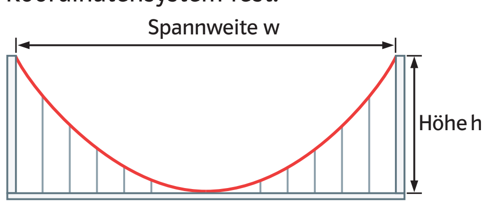
**Mathematisches Modell und zugehörige Ergebnisse**

1. Koordinatensystem festlegen
2. Art der Funktionsgleichung auswählen: $y = a x^2 + c$
3. Koordinaten $S(0\,|\,45)$ und $N(122{,}5\,|\,0)$ aus der Aufgabe entnehmen, in die Gleichung einsetzen und a berechnen.
   $0 = a \cdot 122{,}5^2 + 45$
   $a = -\frac{45}{122{,}5^2}$ bzw. $a = -0{,}003$




4. Funktionsgleichung aufstellen: Die Parabelgleichung lautet $y = -0{,}003\,x^2 + 45$.

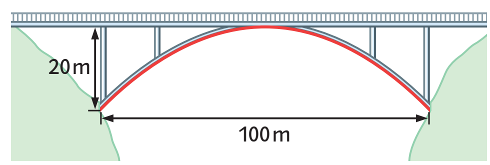
**69** Die Spannweite w und die Höhe h bestimmen den Parabelbogen einer Brücke. Gib die Gleichung in der Form $y = a x^2$ an. Erstelle zunächst eine Skizze und lege ein Koordinatensystem fest.



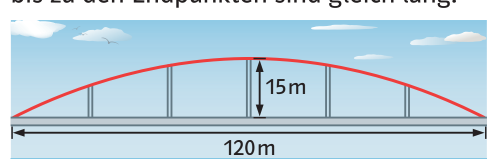

a) $w = 100\,m$; $h = 10\,m$
b) $w = 600\,m$; $h = 90\,m$

**70** Die Merlion-Statue ist ein Wahrzeichen von Singapur. Sie speit Wasser aus einer Höhe von ca. 11 m. Die Fontäne trifft in etwa 15 m horizontaler Entfernung auf die Wasseroberfläche. Berechne die zugehörige Funktionsgleichung.

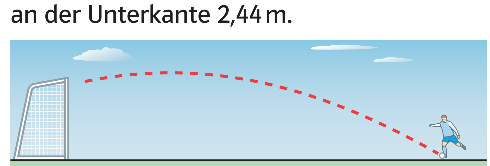
**71** Gib die zugehörige Parabelgleichung in der Form $y = a x^2 + c$ an.




**72** Der abgebildete Brückenbogen ist annähernd parabelförmig
a) Berechne die Funktionsgleichung.
b) Berechne die Gesamtlänge aller Streben. Die Abstände zwischen den Streben und bis zu den Endpunkten sind gleich lang.




**73** Trifft Carlo ins Tor? Die Entfernung zum Tor beträgt 24 m. Der höchste Punkt der Flugkurve misst 3,5 m. Diesen Punkt erreicht der Ball nach 14 m in horizontaler Entfernung zum Freistoßpunkt. Die Torlatte misst an der Unterkante 2,44 m.

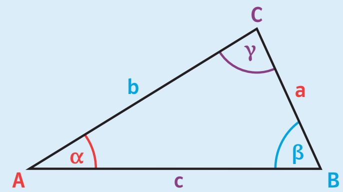


→ Die Lösungen findest du auf Seite 301.

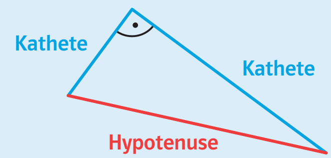
**Kapitel 1**
Aufgabe A

## Bezeichnungen im Dreieck

So bezeichnest du die **Eckpunkte**, die **Seitenlängen** und die **Winkel** im Dreieck (gegen den Uhrzeigersinn):

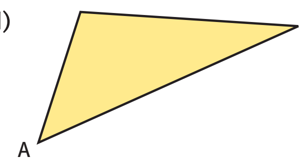



Im rechtwinkligen Dreieck bilden die **Katheten** den rechten Winkel.
Die **Hypotenuse** liegt dem rechten Winkel gegenüber. Sie ist die längste Seite.

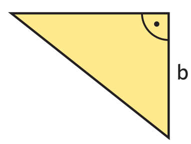



**74** Benenne die Eckpunkte, die Seitenlängen und die Winkel im Dreieck.
Wo möglich, färbe die Hypotenuse rot und die Katheten blau.

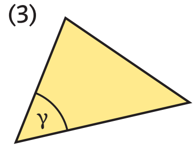
(1)



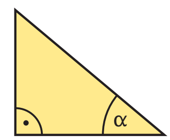

(2)




(3)




(4)

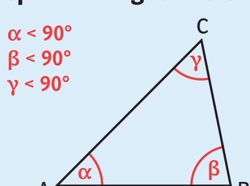



**Kapitel 1**
Aufgabe B

## Dreiecke und Winkel

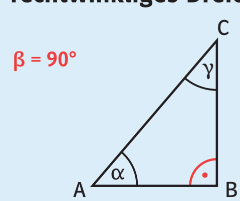
Dreiecke können nach der Größe ihrer Winkel eingeteilt werden.

**spitzwinkliges Dreieck**



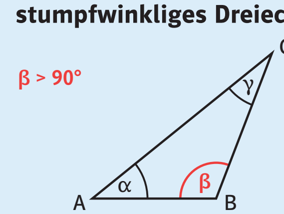

drei spitze Winkel

**rechtwinkliges Dreieck**



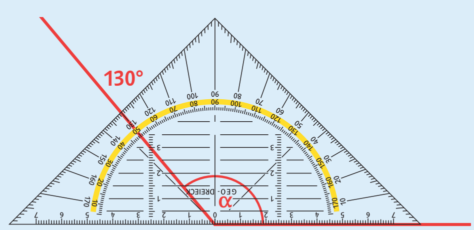

ein rechter Winkel

**stumpfwinkliges Dreieck**

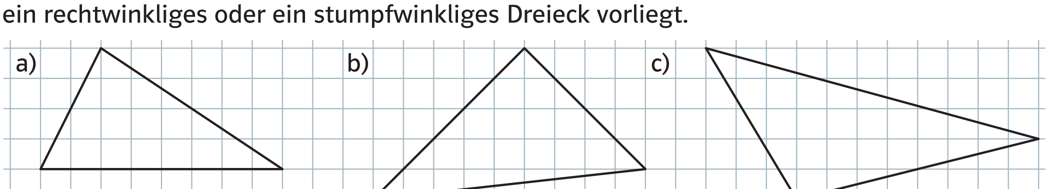



ein stumpfer Winkel

**Winkel messen**
Lege das Geodreieck mit dem Nullpunkt an den Scheitel. Ein Schenkel liegt an der Kante des Geodreiecks, der andere Schenkel liegt unter dem Geodreieck. Lies die Winkelgröße an der Skala ab, die beim angelegten Schenkel mit 0° beginnt.




**75** Übertrage die Dreiecke ins Heft. Miss die Winkel und gib an, ob ein spitzwinkliges, ein rechtwinkliges oder ein stumpfwinkliges Dreieck vorliegt.






→ Die Lösungen findest du auf Seite 302.

**Kapitel 1**
Aufgabe B

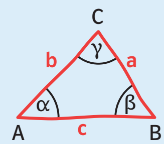
## Dreiecke konstruieren

Um ein Dreieck eindeutig zu konstruieren, gibt es vier **Grundkonstruktionen**. Vor der Konstruktion skizzierst du eine **Planfigur** und markierst gegebene Seiten und Winkel.

a) drei Seiten (SSS)

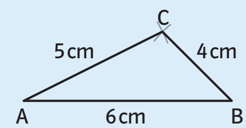
**Gegeben:**
a = 4 cm
b = 5 cm
c = 6 cm

**Planfigur:**




**Konstruiert werden:**
1. Seite c = $\overline{AB}$;
2. Kreisbogen um A mit r = b;
3. Kreisbogen um B mit r = a;
4. Schnittpunkt der Kreisbögen ergibt C;
5. Seiten $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$.

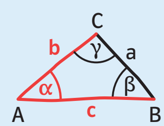
Konstruktion:




b) zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel (SWS)

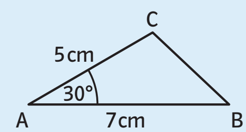
**Gegeben:**
b = 5 cm
c = 7 cm
α = 30°

**Planfigur:**




**Konstruiert werden:**
1. Seite c = $\overline{AB}$;
2. Winkel α;
3. Seite b = $\overline{AC}$;
4. Seite $\overline{BC}$.

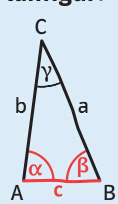
Konstruktion:




c) eine Seite und die anliegenden Winkel (WSW)

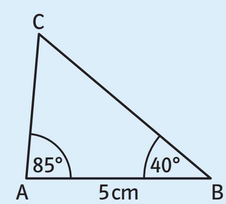
**Gegeben:**
c = 5 cm
α = 85°
β = 40°

**Planfigur:**




**Konstruiert werden:**
1. Seite c = $\overline{AB}$;
2. Winkel α;
3. Winkel β;
4. Schnittpunkt C der freien Schenkel von α und β;

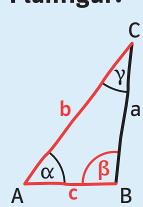
Konstruktion:




d) zwei Seiten und der Gegenwinkel der längeren Seite (SsW)

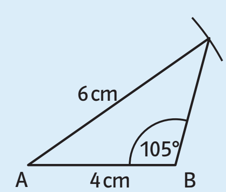
**Gegeben:**
b = 6 cm
c = 4 cm
β = 105°

**Planfigur:**



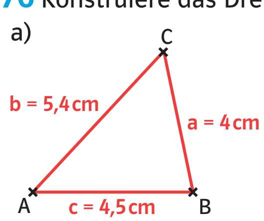

**Konstruiert werden:**
1. Seite c = $\overline{AB}$;
2. Winkel β;
3. Kreisbogen um A mit r = b;
4. Schnittpunkt C des freien Schenkels von β mit dem Kreisbogen;
5. Seite $\overline{AC}$.

Konstruktion:

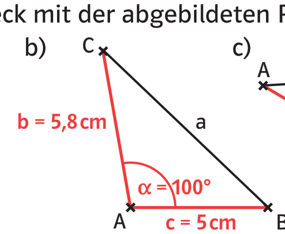



**76** Konstruiere das Dreieck mit der abgebildeten Planskizze.

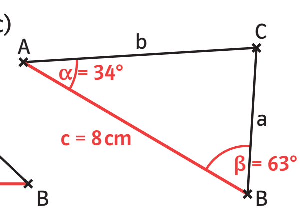
a)



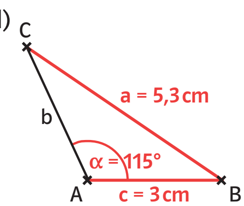

b)




c)




d)




**77** Erstelle eine Planskizze. Entscheide: SSS, SWS, WSW oder SsW? Konstruiere.

a) a = 5 cm; c = 4 cm; α = 50°
b) a = 7 cm; b = 4,8 cm; c = 6,2 cm
c) b = 6 cm; α = 110°; γ = 30°
d) a = 4,5 cm; b = 7 cm; γ = 80°

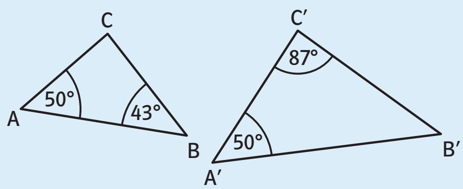
→ Die Lösungen findest du auf Seite 302.

**Kapitel 1**
Aufgabe C

## Ähnlichkeit in Dreiecken erkennen und begründen

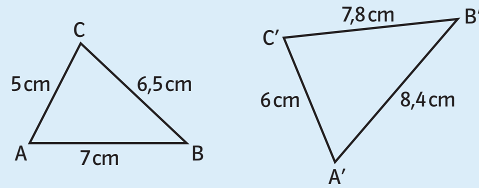
**Ähnlichkeitssätze**

Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in **zwei Winkeln (WW)** übereinstimmen.




$\beta' = 180° - 50° - 87° = 43°$
Es gilt also $\alpha = \alpha'$ und $\beta = \beta'$.
Da die Dreiecke in zwei Winkeln übereinstimmen, sind sie ähnlich (WW).

Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn ihre **Seiten jeweils im selben Längenverhältnis zueinander stehen (VVV)**.

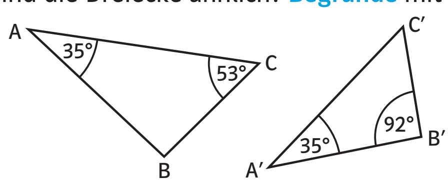



$\frac{a'}{a} = \frac{7{,}8}{6{,}5} = 1{,}2;\ \frac{b'}{b} = \frac{6}{5} = 1{,}2;\ \frac{c'}{c} = \frac{8{,}4}{7} = 1{,}2$

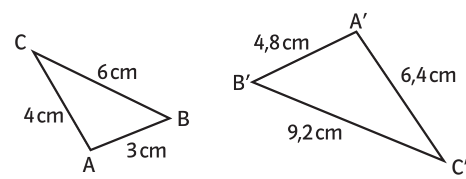
Es gilt also $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$. Da die zusammengehörigen Seiten im selben Längenverhältnis stehen, sind sie ähnlich (VVV).

**78** Sind die Dreiecke ähnlich? **Begründe** mit WW oder mit VVV.

a)



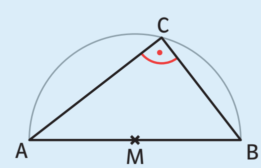

b)




**Kapitel 1**
Aufgabe D

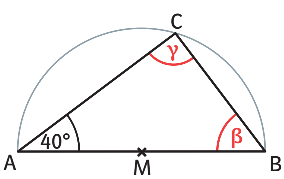
## Satz des Thales

Wenn der Eckpunkt C des Dreiecks ABC auf dem Halbkreisbogen über $\overline{AB}$ liegt, hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.

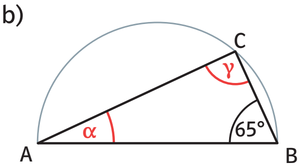



**79** Berechne die Größe der rot markierten Winkel.

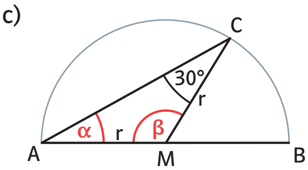
a)




b)




c)



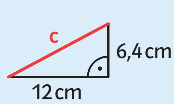

**Kapitel 1**
Aufgaben E

**Kapitel 3**
Aufgabe B

## Der Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck

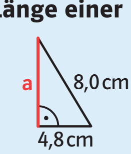
Im rechtwinkligen Dreieck ABC haben die Quadrate über den Katheten zusammen denselben Flächeninhalt wie das Quadrat über der Hypotenuse. Für $\gamma = 90°$ gilt:
$a^2 + b^2 = c^2$

**Länge der Hypotenuse berechnen**




$c^2 = 12^2 + 6{,}4^2 \quad |\ \sqrt{\ }$
$c = \sqrt{12^2 + 6{,}4^2}$
$c = 13{,}6\text{ cm}$

**Länge einer Kathete berechnen**

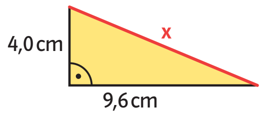


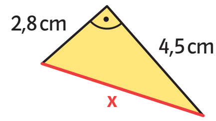

$a^2 + 4{,}8^2 = 8^2 \quad |\ - 4{,}8^2$
$a^2 = 8^2 - 4{,}8^2 \quad |\ \sqrt{\ }$
$a = \sqrt{8^2 - 4{,}8^2}$
$a = 6{,}4\text{ cm}$



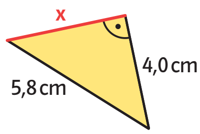
→ Die Lösungen findest du auf Seite 304.

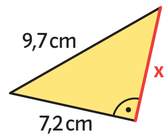
**80** Berechne die Länge der Hypotenuse. (Maße in cm)

a)


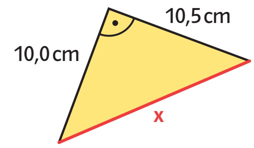

b)


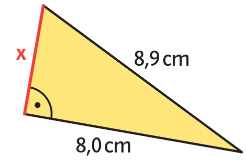

**81** Berechne die Länge der Kathete. (Maße in cm)

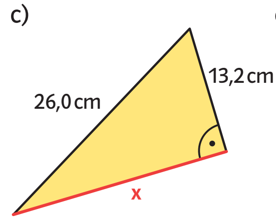
a)


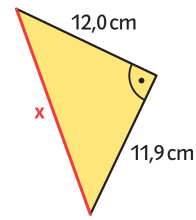

b)



**82** Berechne die Länge der Strecke x. (Maße in cm)

a)



b)



c)


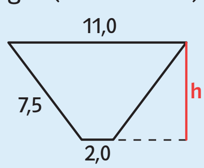

d)


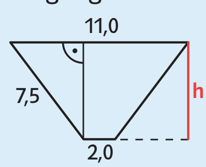

**Kapitel 3**
Aufgabe B

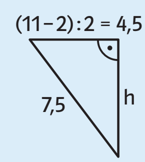
### Der Satz des Pythagoras in ebenen und räumlichen Figuren

Zur Berechnung von Streckenlängen in ebenen oder räumlichen Figuren suchst du dir **geeignete rechtwinklige Dreiecke**. In diesen kannst du den Satz des Pythagoras verwenden.

**Höhe im gleichschenkligen Trapez**

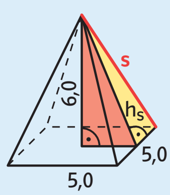
Figur (Maße in cm):


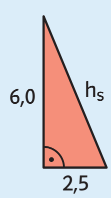

Zerlegung:



Skizze:


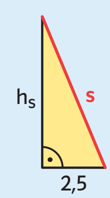

Rechnung:
$h^2 + 4{,}5^2 = 7{,}5^2 \quad | - 4{,}5^3$
$h^2 = 7{,}5^2 - 4{,}5^2 \quad | \sqrt{\ }$
$h = \sqrt{7{,}5^2 - 4{,}5^2}$
$h = 6\,\text{cm}$

**Seitenkante der quadratischen Pyramide**

Figur (Maße in cm):


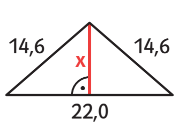

1. Schritt


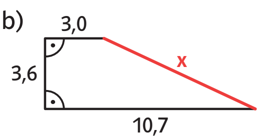

$h_s^2 = 6^2 + 2{,}5^2 \quad | \sqrt{\ }$
$h_s = \sqrt{6^2 + 2{,}5^2}$
$h_s = 6{,}5\,\text{cm}$

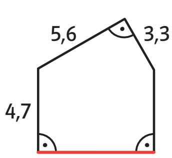
2. Schritt


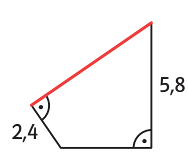

$s^2 = 2{,}5^2 + h_s^2$
$s^2 = 2{,}5^2 + 6{,}5^2 \quad | \sqrt{\ }$
$s = \sqrt{2{,}5^2 + 6{,}5^2}$
$s = 7{,}0\,\text{cm}$

**83** Berechne die Länge der Strecke x. (Maße in cm)

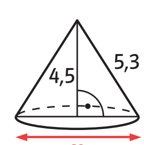
a)


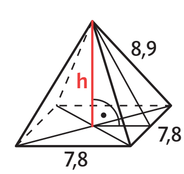

b)


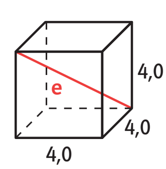

c)


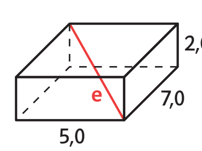

d)



**84** Berechne die Länge der gesuchten Strecke. (Maße in cm)

a)



b)



c)



d)


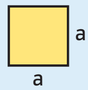

→ Die Lösungen findest du auf Seite 304.

**Kapitel 1**
Aufgabe F

**Prüfungsvorbereitung**
Teil A

## Umfang und Flächeninhalt berechnen

### Quadrat

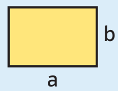



$a = 3\,cm$

**Umfang**
$u = 4 \cdot a$
$u = 4 \cdot 3$
$u = 12\,cm$

**Flächeninhalt**
$A = a \cdot a = a^2$
$A = 3 \cdot 3$
$A = 9\,cm^2$

### Rechteck

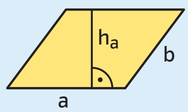



$a = 6\,cm$
$b = 4\,cm$

**Umfang**
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$
$u = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4$
$u = 20\,cm$

**Flächeninhalt**
$A = a \cdot b$
$A = 6 \cdot 4$
$A = 24\,cm^2$

### Parallelogramm

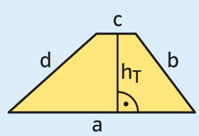



$a = 6\,cm$
$b = 5\,cm$
$h_a = 4\,cm$

**Umfang**
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$
$u = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 5$
$u = 22\,cm$

**Flächeninhalt**
$A = a \cdot h_a$
$A = 6 \cdot 4$
$A = 24\,cm^2$

### Trapez

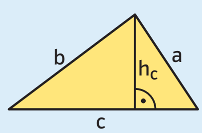



$a = 9{,}5\,cm$
$b = 5{,}0\,cm$
$c = 2{,}0\,cm$
$d = 6{,}0\,cm$
$h_T = 4{,}0\,cm$

**Umfang**
$u = a + b + c + d$
$u = 9{,}5 + 5 + 2 + 6$
$u = 22{,}5\,cm$

**Flächeninhalt**
$A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h_T$
$A = \frac{1}{2} \cdot (9{,}5 + 2) \cdot 4$
$A = 23{,}0\,cm^2$

### Dreieck

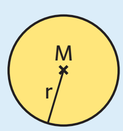



$a = 3{,}6\,cm$
$b = 5{,}0\,cm$
$c = 6{,}0\,cm$
$h_c = 3{,}0\,cm$

**Umfang**
$u = a + b + c$
$u = 3{,}6 + 5 + 6$
$u = 14{,}6\,cm$

**Flächeninhalt**
$A = \frac{1}{2} c \cdot h_c$
$A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3$
$A = 9{,}0\,cm^2$

### Kreis

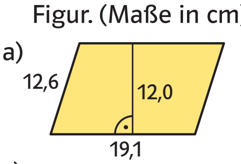


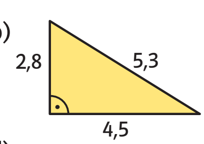

$r = 4{,}3\,cm$

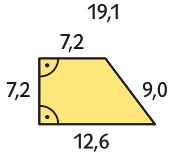
**Umfang**
$u = 2 \cdot \pi \cdot r$
$u = 2 \cdot \pi \cdot 4{,}3$
$u = 27{,}0\,cm$

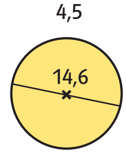
**Flächeninhalt**
$A = \pi \cdot r^2$
$A = \pi \cdot 4{,}3^2$
$A = 58{,}1\,cm^2$

**85** Berechne Umfang und Flächeninhalt der Figur. (Maße in cm)

a)



b)



c)



d)



**86** Berechne den Flächeninhalt bzw. den Umfang des Kreises.

a) $u = 35{,}2\,cm$  b) $A = 2{,}0\,cm^2$

**87** Berechne die fehlenden Größen des Quadrats.

| | a | u | A |
|---|---|---|---|
| a) | 4,8 cm | ■ | ■ |
| b) | ■ | ■ | 64 cm² |
| c) | ■ | 50 cm | ■ |

**88** Berechne die fehlenden Größen des Rechtecks.

| | a | b | u | A |
|---|---|---|---|---|
| a) | 7 cm | 4 cm | ■ | ■ |
| b) | 15 cm | ■ | ■ | 90 cm² |
| c) | ■ | 6 cm | 30 cm | ■ |



→ Die Lösungen findest du auf Seite 304.

**89** Berechne die fehlenden Größen des Dreiecks.

| | a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|---|
| a | 4,2 cm | 5,6 cm | 4,2 cm | 1,9 cm |
| b | 3,5 cm | 6,3 cm | 6,3 cm | 4,2 cm |
| c | 3,2 cm | ■ | 5,0 cm | ■ |
| $h_c$ | 3,4 cm | 5,1 cm | ■ | 1,8 cm |
| u | ■ | 17,9 cm | ■ | ■ |
| A | ■ | ■ | 10,5 cm² | 3,96 cm² |

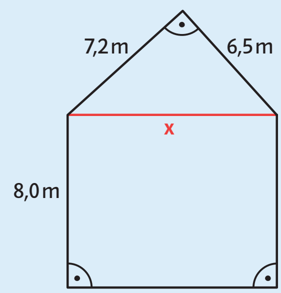
**90** Berechne die fehlenden Größen des Trapezes (a ∥ c).

| | a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|---|
| a | 8 cm | 9,0 cm | 7,5 cm | 14,0 cm |
| b | 5,2 cm | 7,2 cm | 5,4 cm | 9,4 cm |
| c | 4,0 cm | ■ | 3,0 cm | 6,0 cm |
| d | 5,8 cm | 6,0 cm | ■ | 8,6 cm |
| $h_T$ | 4,8 cm | 6,0 cm | 4,5 cm | ■ |
| u | ■ | 27,2 cm | 20,7 cm | ■ |
| A | ■ | ■ | ■ | 80,0 cm |

**Kapitel 1**
Aufgabe F

## Umfang und Flächeninhalt von Vielecken

Um den Umfang oder den Flächeninhalt von Vielecken zu berechnen, zerlege diese in bekannte Figuren.
Häufig benötigst du zudem den Satz des Pythagoras, um Streckenlängen zu berechnen.



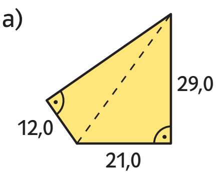

(1) $x^2 = 7{,}2^2 + 6{,}5^2 \quad |\sqrt{\ }$
$x = 9{,}7\,\text{m}$

(2) $A = A_{\text{Rechteck}} + A_{\text{Dreieck}}$
$A = 9{,}7 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 6{,}5 \cdot 7{,}2$
$A = 101\,\text{m}^2$

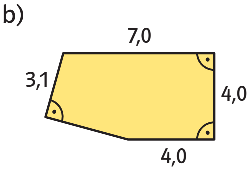
(3) $u = 9{,}7 + 2 \cdot 8 + 7{,}2 + 6{,}5$
$u = 39{,}4\,\text{m}$

**91** Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der Figur. Zerlege dazu das Vieleck zunächst in bekannte Figuren. (Maße in cm)

a)



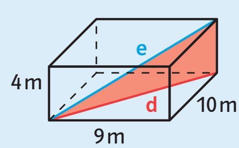

b)




**Kapitel 1**
Aufgabe G

## Umfang und Flächeninhalt von Dreiecken in Körpern

Um den Umfang oder den Flächeninhalt von Dreiecken in Körpern zu berechnen, brauchst du häufig geeignete rechtwinklige Dreiecke.
In diesen kannst du den Satz des Pythagoras verwenden.




(1) $d^2 = 9^2 + 10^2 \quad |\sqrt{\ }$
$d = 13{,}45\,\text{m}$

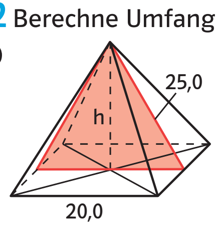
(2) $e^2 = 4^2 + 13{,}45^2 \quad |\sqrt{\ }$
$e = 14{,}03\,\text{m}$

(3) $A = \frac{1}{2} \cdot 13{,}45 \cdot 4$
$A = 26{,}9\,\text{m}^2$

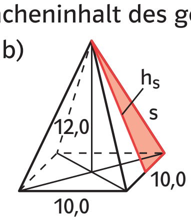
(4) $u = 13{,}45 + 4 + 14{,}03$
$u = 31{,}5\,\text{m}$

**92** Berechne Umfang und Flächeninhalt des gefärbten Dreiecks im Körper. (Maße in cm)

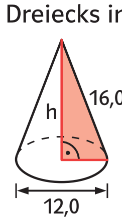
a)



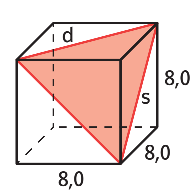

b)




c)




d)



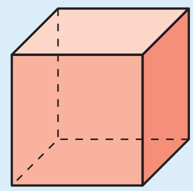

→ Die Lösungen findest du auf Seite 305.

**Kapitel 3**
Aufgabe A

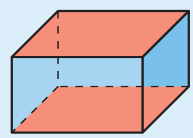
## Körper erkennen und benennen

Um einen Körper zu benennen, musst du die Eigenschaften des Körpers kennen.

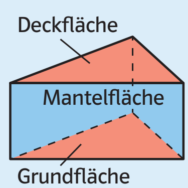
**Würfel**
- 8 Ecken
- 12 gleichlange Kanten
- Die Seitenflächen sind 6 kongruente Quadrate.



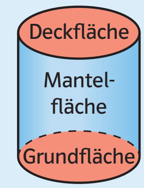
**Quader**
- 8 Ecken
- 12 Kanten, je vier davon sind gleich lang.
- Die Seitenflächen sind 6 Rechtecke, je zwei davon sind kongruent.



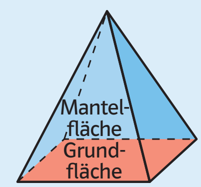
**Prisma**
- Ein Prisma ist begrenzt durch die Grundfläche, die Deckfläche und die Mantelfläche.
- Grund- und Deckfläche sind kongruente Vielecke.
- Die Mantelfläche besteht aus Rechtecken.
- Die Grundfläche gibt dem Prisma den Namen: Dreieckprisma, Viereckprisma, Fünfeckprisma, …
- Würfel und Quader sind spezielle Prismen.



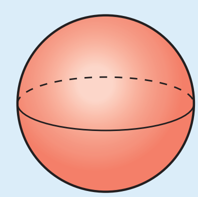

**Zylinder**
- Der Zylinder ist begrenzt durch die Grundfläche, die Deckfläche und die Mantelfläche.
- Grund- und Deckfläche sind Kreise.
- Die Mantelfläche ist ein aufgerolltes Rechteck.



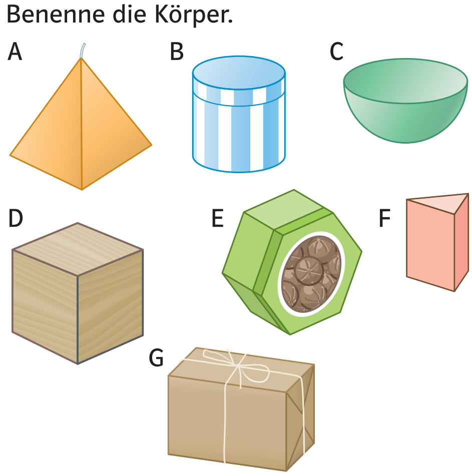

**Pyramide**
- Eine Pyramide ist begrenzt durch die Grundfläche und die Mantelfläche.
- Die Mantelfläche besteht aus gleichschenkligen Dreiecken.
- Die Grundfläche ist ein Vieleck, es gibt der Pyramide den Namen: Dreieckpyramide, quadratische Pyramide, Sechseckpyramide, …




**Kugel**
- Eine Kugel hat eine gekrümmte Oberfläche, die man nicht in die Ebene abwickeln kann. Es gibt also kein Netz der Kugel.
- Der Querschnitt einer Kugel ist ein Kreis.

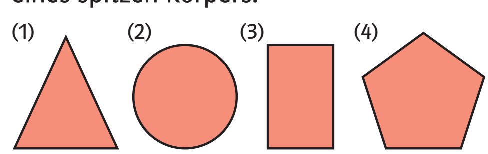


**93** Benenne die Körper.

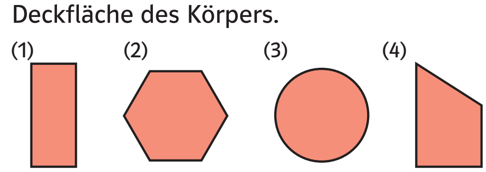



**94** Benenne die Körper.

a) Die Abbildungen zeigen die Grundfläche eines spitzen Körpers.




b) Die Abbildungen zeigen die Grund- und Deckfläche des Körpers.





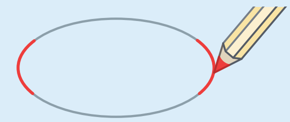

→ Die Lösungen findest du auf Seite 305.

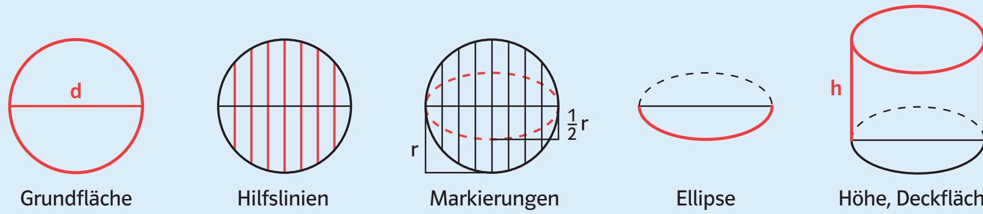
**Kapitel 3**
Aufgabe C

## Schrägbild und Netz von Zylinder und Pyramide

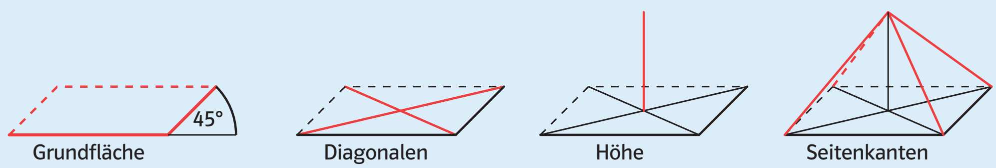
**Schrägbilder**

Steht ein **Zylinder** auf der Grundfläche, zeichnest du Grundfläche und Deckfläche als Ellipsen. Oft genügt eine saubere Freihandskizze.





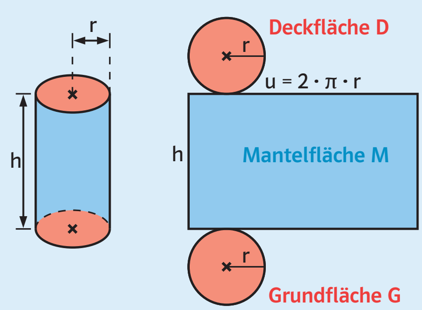

Schrägbilder von **Pyramiden** zeichnest du nach denselben Regeln wie Schrägbilder von Prismen. Nach hinten verlaufende Kanten zeichnest du schräg nach rechts oben, unter einem 45°-Winkel und auf die Hälfte verkürzt. Verdeckte Kanten zeichnest du gestrichelt.



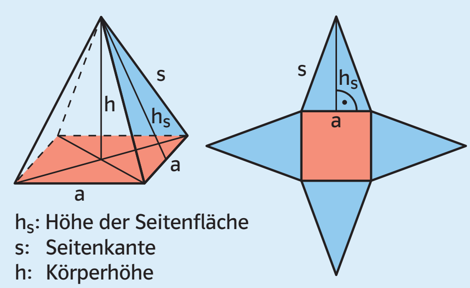

**Netze**

Faltet man einen geometrischen Körper auseinander, erhält man das Netz des Körpers.

**Zylinder**

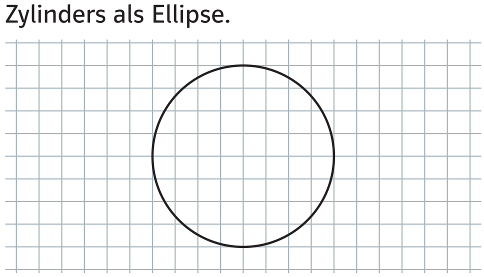



**Pyramide**



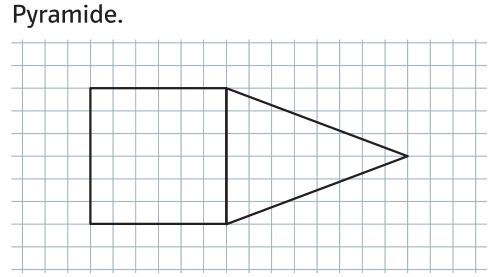

$h_s$: Höhe der Seitenfläche
s: Seitenkante
h: Körperhöhe
a: Grundkante

**95** Skizziere die Grundfläche eines stehenden Zylinders als Ellipse.



**96** Skizziere ein Netz und zeichne das Schrägbild des Zylinders mit r = 2,5 cm und h = 7,0 cm auf der Grundfläche stehend.

**97** Ergänze zum Netz einer quadratischen Pyramide.



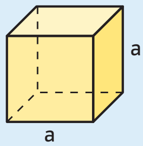
**98** Zeichne das Schrägbild und ein Netz der quadratischen Pyramide mit a = 4,0 cm und h = 3,8 cm.

→ Die Lösungen findest du auf Seite 306.

**Kapitel 3**
Aufgabe D

## Oberflächeninhalt und Volumen von Prisma, Zylinder und Pyramide

### Würfel

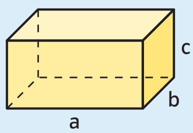



$a = 4\,cm$

**Oberflächeninhalt**
$O = 6 \cdot a^2$
$O = 6 \cdot 4^2$
$O = 96\,cm^2$

**Volumen**
$V = a \cdot a \cdot a = a^3$
$V = 4 \cdot 4 \cdot 4$
$V = 64\,cm^3$

### Quader

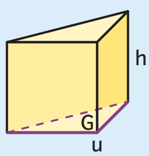



$a = 6\,cm$
$b = 4\,cm$
$c = 3\,cm$

**Oberflächeninhalt**
$O = 2 \cdot a\,b + 2 \cdot a\,c + 2 \cdot b\,c$
$u = 2 \cdot 6 \cdot 4 + 2 \cdot 6 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 3$
$u = 108\,cm^2$

**Volumen**
$V = a \cdot b \cdot c$
$V = 6 \cdot 4 \cdot 3$
$V = 72\,cm^3$

### Prisma

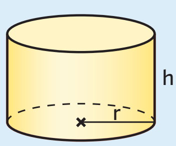



$h = 3\,cm$
$u = 12\,cm$
$G = 6\,cm^2$

**Oberflächeninhalt**
$M = u \cdot h$
$M = 12 \cdot 3$
$M = 36\,cm^2$
$O = 2 \cdot G + M$
$O = 2 \cdot 6 + 36$
$O = 48\,cm^2$

**Volumen**
$V = G \cdot h$
$V = 6 \cdot 3$
$V = 18\,cm^3$

### Zylinder

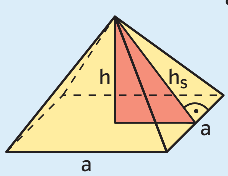



$h = 6\,cm$
$r = 5\,cm$

**Oberflächeninhalt**
$O = 2 \cdot G + M$
$O = 2 \cdot G + u \cdot h$
$O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$
$O = 2 \cdot \pi \cdot 5^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 6$
$O = 345{,}6\,cm^2$

**Volumen**
$V = G \cdot h$
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$
$V = \pi \cdot 5^2 \cdot 6$
$V = 471{,}2\,cm^3$

### Pyramide

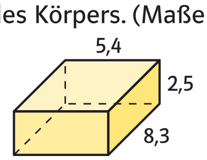


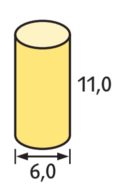

$h = 6\,cm$
$a = 9\,cm$

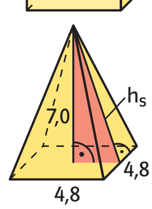
**Oberflächeninhalt**
$h_s = \sqrt{6^2 + 4{,}5^2}$
$h_s = 7{,}5\,cm$
$O = G + M \quad M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s$
$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$
$O = 9^2 + 2 \cdot 9 \cdot 7{,}5$
$O = 216\,cm^2$

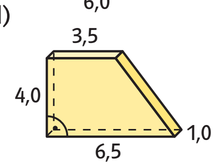
**Volumen**
$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$
$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$
$V = \frac{1}{3} \cdot 9^2 \cdot 6$
$V = 162\,cm^3$

**99** Berechne Volumen und Oberflächeninhalt des Körpers. (Maße in cm)

a)



b)



c)



d)



**100** Berechne die gesuchte Größe des Zylinders.

a) $V = 732{,}9\,cm^3$; $r = 5{,}4\,cm$; $h =$ ■
b) $V = 110{,}4\,cm^2$; $h = 6{,}1\,cm$; $r =$ ■
c) $O = 323{,}4\,cm^2$; $r = 4{,}5\,cm$; $h =$ ■

**101** Berechne die fehlenden Größen der quadratischen Pyramide. (Maße in $cm/cm^2/cm^3$)

| | a | h | $h_s$ | O | V |
|---|---|---|---|---|---|
| a) | 11 | 30 | ■ | ■ | ■ |
| b) | ■ | 14,4 | 17 | ■ | ■ |
| c) | 12,0 | ■ | ■ | 405,6 | ■ |

→ Die Lösungen findest du auf Seite 306.

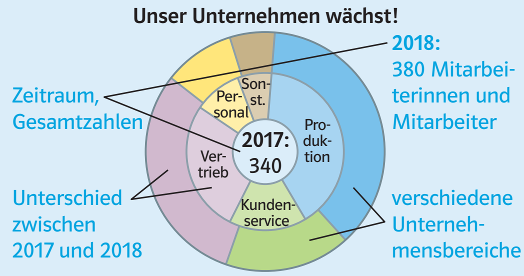
**Kapitel 4**
Aufgabe H

**Prüfungsvorbereitung**
Teil B

## Informationen aus Diagrammen ablesen und interpretieren

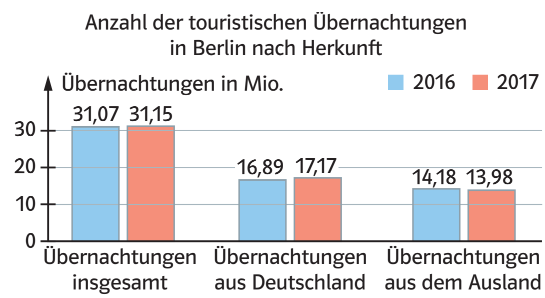
Manche Sachverhalte werden in Schaubildern dargestellt. Achte zuerst auf Überschrift und (Achsen-)beschriftungen, um das Thema des Schaubilds zu erfassen. Beantworte dann die gestellten Fragen.

Das Diagramm stellt dar, wie sich die Mitarbeiterzahlen eines Unternehmens von 2017 bis 2018 entwickelt haben. Es gliedert die Zahlen nach Unternehmensbereichen auf.




## 102

a) Nenne das Thema des Schaubilds.
b) Notiere die Informationen, die du aus dem Schaubild entnehmen kannst.
c) Wie viel Prozent der Übernachtungsgäste stammten 2017 aus Deutschland?
d) Nimm an, die Wachstumsrate war für 2018 genauso hoch wie die von 2016 nach 2017. Berechne die Anzahl der Übernachtungen für 2018.



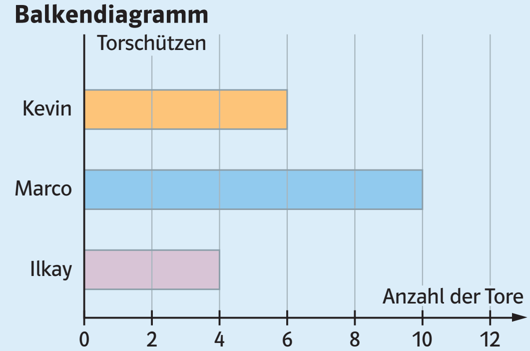

**Prüfungsvorbereitung**
Teil B

## Diagramme zeichnen

**Balkendiagramm**:
1. Zeichne eine Rechtsachse und teile sie in gleichmäßige Schritte ein. Beschrifte sie mit den Zahlenwerten. Beginne mit der 0.
2. Zeichne auf Höhe der 0 die Hochachse. Beschrifte auch diese.
3. Zeichne Balken in der richtigen Länge.

| **Torschützen** | Kevin | Marco | Ilkay |
|---|---|---|---|
| **Anzahl der Tore** | 6 | 10 | 4 |

**Balkendiagramm**

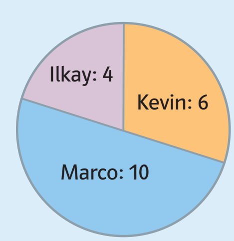



**Säulendiagramm**:
Zeichne senkrechte Säulen statt waagerechten Balken, vertausche die Achsen.

**Kreisdiagramm:**
1. Berechne für jeden Wert die entsprechende Winkelgröße.
2. Zeichne die Kreisausschnitte nacheinander. Beginne mit dem größten Ausschnitt.

**Kreisdiagramm:**

| **Anzahl der Tore** | **Winkelgröße** |
|---|---|
| 20 | 360° |
| 1 | 18° |
| 6 | 108° |
| 10 | 180° |
| 4 | 72° |




→ Die Lösungen findest du auf Seite 307.

**103** Frau Günekin erfragt die beliebtesten Urlaubsziele im Kollegium und erstellt eine Tabelle:
Erstelle ein Säulendiagramm und beschrifte es.

| | |
|---|---|
| Deutschland | 8 |
| Frankreich | 3 |
| Türkei | 5 |
| Italien | 4 |
| USA | 2 |
| sonstige | 6 |

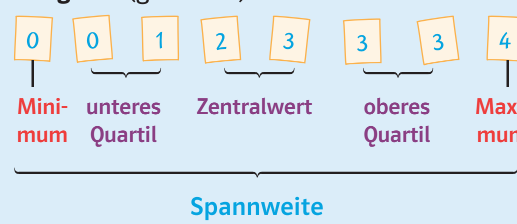
**Prüfungsvorbereitung**
Teil A
Teil B

## Kennwerte bestimmen und Boxplots zeichnen

Eine **Urliste** ist eine ungeordnete Sammlung von Daten. Wenn du die Daten der Größe nach ordnest, erhältst du eine **Rangliste**.
Bestimme die **Kennwerte**:

- Der kleinste Wert heißt Minimum.
- Der größte Wert heißt Maximum.
- Der Unterschied zwischen Minimum und Maximum heißt Spannweite.
- Der Wert in der Mitte der Rangliste heißt Zentralwert (auch Median genannt).
  Liegen zwei Werte in der Mitte, so ist der Zentralwert der Mittelwert von diesen beiden Werten.
- Berechne den Mittelwert, indem du alle Werte addierst und das Ergebnis durch die Anzahl der Werte teilst.
- Das untere Quartil $q_u$ ist der Wert in der Mitte zwischen Minimum und Zentralwert.
- Das obere Quartil $q_o$ ist der Wert in der Mitte zwischen Zentralwert und Maximum.
- Der **Quartilsabstand q** ist der Unterschied zwischen $q_o$ und $q_u$.

Datenerhebung: Kinobesuche im letzten Jahr
**Rangliste** (geordnet):




Minimum: 0 Besuche
Maximum: 4 Besuche
Spannweite: 4 − 0 = 4 Besuche
Zentralwert: (2 + 3) : 2 = 2,5 Besuche
Mittelwert: (0 + 0 + 1 + 2 + 3 + 3 + 3 + 4) : 8 = 16 : 8 = 2 Besuche

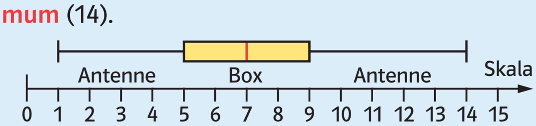
In der Rangliste belegen die Daten die Rangplätze 1 bis n.

- unteres Quartil: Um den Rangplatz zu bestimmen, multipliziert man n mit $\frac{1}{4}$.
- oberes Quartil: Um den Rangplatz zu bestimmen, multipliziert man n mit $\frac{3}{4}$.

Ist das Ergebnis der Multiplikation nicht ganzzahlig, wird der Wert des nächsthöheren Rangplatzes als Quartil genommen.
Ist das Ergebnis der Multiplikation ganzzahlig, wird der Mittelwert aus den Werten dieses und des nächsthöheren Rangplatzes als Quartil genommen.
**Quartilsabstand**: 3,0 − 0,5 = **2,5**

**Boxplots**
Der Boxplot veranschaulicht die Kennwerte Minimum (1), unteres Quartil $q_u$ (5), Zentralwert (7), oberes Quartil $q_o$ (9), Maximum (14).

1. Zeichne die Skala.
2. Markiere die Kennwerte.
3. Zeichne Box und Antennen.




**104** Es werden Notendurchschnitte verglichen:
3,4; 1,6; 2,2; 1,8; 3,3; 2,7; 1,3; 2,9; 2,2; 2,8; 2,6; 3,4; 3,5; 3,1; 2,6

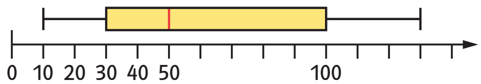
a) Erstelle eine Rangliste.
b) Ermittle alle Kennwerte.

**105** Bestimme für die Rangliste alle Kennwerte.
0; 1; 5; 7; 8; 9; 12; 12; 14; 14; 15; 17; 20; 21; 22; 22; 23; 28; 28; 32; 34; 38; 39; 39; 39; 40; 40; 41; 42; 43; 43; 46



→ Die Lösungen findest du auf Seite 307.

**106** Lies alle Kennwerte aus dem Boxplot ab.




**107** Folgende Kennwerte sind gegeben: Minimum: 4; unteres Quartil: 6; Maximum: 52; Quartilsabstand: 31; Zentralwert: 28
Ermittele das obere Quartil. Zeichne den Boxplot.

**Kapitel 6**
Aufgabe C

### Kombinationsmöglichkeiten

Um die Anzahl von Kombinationsmöglichkeiten zu erhalten, notierst du die möglichen Kombinationen in einer Tabelle oder in einem Baumdiagramm und zählst sie ab.

So ermittelst du, wie viele Möglichkeiten es gibt, das Schullogo (schwarz oder blau) und den Text (orange, rot oder grün) farblich zu kombinieren.

Lösen mit einer Tabelle:


Es gibt 6 Möglichkeiten.

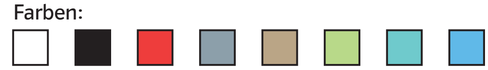
Lösen mit einem Baumdiagramm:


Es gibt 6 Möglichkeiten.

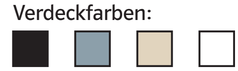
**108** Zoe ist für den Nachtisch zuständig. Die Gäste können zwischen 5 Eissorten (Schokolade, Vanille, Banane, Stracciatella, Joghurt) und drei Saucen (Erdbeere, Himbeere, Kirsche) wählen.
Wie viele verschiedene Kombinationen gibt es, wenn jeder Gast genau eine Eissorte und eine Saucensorte wählt?

**109** Herr Schmidt plant, ein Cabrio zu kaufen. Wie viele Möglichkeiten hat er, Außenfarbe und Verdeckfarbe zu kombinieren?

Farben:



Verdeckfarben:



**Kapitel 6**
Aufgabe D

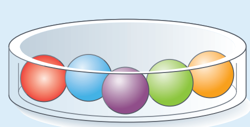
### Wahrscheinlichkeiten berechnen

Haben bei einem Zufallsexperiment alle möglichen Ergebnisse die gleiche Wahrscheinlichkeit, spricht man von einem **Laplace-Experiment**.
Du kannst die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses und eines Ereignisses berechnen:

$$P(\text{Ergebnis}) = \frac{1}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

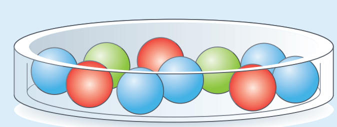
$$P(\text{Ereignis}) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Du ziehst ohne hinzusehen die grüne Kugel aus der Schale.



Es gibt 5 mögliche Ergebnisse: rote, blaue, orange, grüne, lilafarbene Kugel.
Alle Ergebnisse sind gleich wahrscheinlich.
$P(\text{grüne Kugel}) = \frac{1}{5} = 20\,\%$

Du ziehst ohne hinzusehen eine rote Kugel.



Es gibt 10 Kugeln, also 10 mögliche Ergebnisse.
Es gibt 3 rote Kugeln, also 3 günstige Ergebnisse.
$P(\text{rote Kugel}) = \frac{3}{10} = 30\,\%$

→ Die Lösungen findest du auf Seite 308.

**110** Es wird mit einem 8er-Würfel (Oktaeder) gewürfelt.
a) Notiere alle möglichen Ergebnisse.
b) Berechne P(7).

**111** Du wirfst mit einem 8er-Würfel eine Zahl, die größer als 5 ist.
a) Notiere alle günstigen Ergebnisse.
b) Berechne P (Zahl größer als 5).

**112** Es wird mit einem 12er-Würfel (Dodekaeder) gewürfelt.
Du willst eine Zahl würfeln, die durch 4 teilbar ist.
a) Notiere alle möglichen Ergebnisse.
b) Notiere alle günstigen Ergebnisse.
c) Berechne P(durch 4 teilbare Zahl).
d) Nenne ein Ereignis E mit P(E) = 0,5.

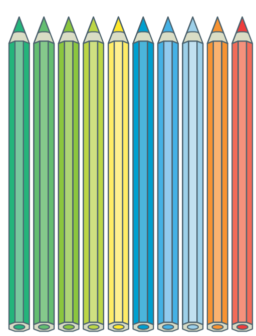
**113** Mit welcher Wahrscheinlichkeit ziehst du aus einem Skatspiel
a) eine schwarze Karte?
b) eine Herzkarte?

**Kapitel 6**
Aufgabe E

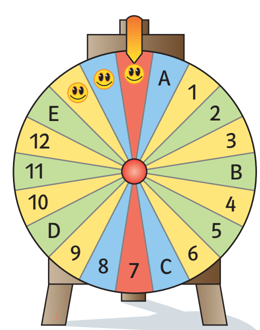
### Gegenwahrscheinlichkeiten berechnen

Zu jedem **Ereignis** (**E**) eines Zufallsexperiments gibt es ein **Gegenereignis** ($\overline{E}$).
Das Gegenereignis besteht aus allen Ergebnissen, die nicht zum Ereignis gehören.
Du kannst die Wahrscheinlichkeit eines Gegenereignisses berechnen:
$P(\overline{E}) = 1 - P(E)$ und $P(E) = 1 - P(\overline{E})$

**114** Gib das Gegenereignis an und berechne damit die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses.
Du ziehst im Dunkeln einen Stift aus der Tasche.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ziehst du
a) nicht den gelben Stift?
b) keinen grünfarbigen Stift?
c) keinen blaufarbigen Stift?
d) keinen blau- oder grünfarbigen Stift?



**115** Gib das Gegenereignis an und berechne damit die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses.
Das Glücksrad wird einmal gedreht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit triffst du
a) keinen Smiley?
b) kein rotes Feld?
c) kein grünes Feld?
d) keinen Buchstaben?






→ Die Lösungen findest du auf Seite 308.