

2 Statistische Kenngrößen

Am Humboldt-Gymnasium finden Bundesjugendspiele statt. In der Tabelle sind die Ergebnisse der fünften Klassen eingetragen. Welche Informationen kann man der Tabelle entnehmen?



Klasse	Anzahl der Kinder	Punkte
5a	25	41250
5b	28	47740
5c	30	51120
5d	26	44226

Zur Auswertung aufgenommener Daten eignen sich Tabellen oder Diagramme. Zusätzlich können statistische Kenngrößen angegeben oder ausgerechnet werden.

Resa hat einen Tag lang alle zwei Stunden die aktuelle Temperatur abgelesen und in folgender Tabelle festgehalten.

Uhrzeit	2:00	4:00	6:00	8:00	10:00	12:00	14:00	16:00	18:00	20:00	22:00	0:00
Temperatur	11°C	9°C	8°C	12°C	18°C	22°C	23°C	23°C	21°C	17°C	15°C	13°C

Um die statistischen Kenngrößen **Minimum**, **Maximum** und **Spannweite** abzulesen, werden die Daten der Größe nach in einer Rangliste geordnet.

Temperatur	8°C	9°C	11°C	12°C	13°C	15°C	17°C	18°C	21°C	22°C	23°C	23°C
------------	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

↑ Minimum ← Spannweite → ↑ Maximum

Die erste Erfassung von Daten nennt man **Urliste**.

Den häufigsten Wert der Urliste nennt man **Modalwert**. Hier ist der Modalwert 23°C.

Das **arithmetische Mittel (der Mittelwert)** wird berechnet, indem zunächst alle Werte addiert werden und danach durch die Anzahl der Werte dividiert wird.

$$(1) 8^{\circ}\text{C} + 9^{\circ}\text{C} + 11^{\circ}\text{C} + 12^{\circ}\text{C} + 13^{\circ}\text{C} + 15^{\circ}\text{C} + 17^{\circ}\text{C} + 18^{\circ}\text{C} + 21^{\circ}\text{C} + 22^{\circ}\text{C} + 23^{\circ}\text{C} + 23^{\circ}\text{C} = 192^{\circ}\text{C}$$

$$(2) 192^{\circ}\text{C} : 12 = 16^{\circ}\text{C}$$

Das arithmetische Mittel der gemessenen Tagestemperaturen beträgt 16°C. Man sagt auch: „Die durchschnittliche Temperatur betrug 16°C“.

Um den **Median** zu ermitteln, nutzt man erneut die Rangliste. Dann streicht man im Wechsel links und rechts je einen Wert weg. Der Wert, der übrig bleibt, heißt Median.

8°C; 9°C; 11°C; 12°C; 13°C; 15°C; 17°C; 18°C; 21°C; 22°C; 23°C; 23°C

Im Beispiel bleiben zwei Temperaturen übrig: 15°C und 17°C. In diesem Fall ist der Median das arithmetische Mittel aus beiden Werten: $15^{\circ}\text{C} + 17^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{C}$; $32^{\circ}\text{C} : 2 = 16^{\circ}\text{C}$. Der Median beträgt hier 16°C.

Median und arithmetisches Mittel stimmen nicht immer überein.

Bei der Untersuchung von Daten verwendet man die folgenden Kenngrößen:

Der **Modalwert** ist der Wert, der am häufigsten vorkommt.

Das **Minimum** ist der kleinste Wert und das **Maximum** der größte Wert.

Die **Spannweite** ist die Differenz zwischen Minimum und Maximum.

Das **arithmetische Mittel** mehrerer Werte wird berechnet, indem man alle Werte addiert und die Summe durch die Anzahl der Werte dividiert.

Der **Median** ist der Wert, der in der Rangliste in der Mitte steht. Sind es zwei Werte, so bildet man deren arithmetisches Mittel.

Beispiel Statistische Kenngrößen ermitteln

7 Freunde vergleichen ihre Schuhgrößen: 36, 38, 40, 38, 41, 37, 43.

- Gib Minimum, Maximum, Spannweite und Modalwert an.
- Ermittle den Median.
- Berechne das arithmetische Mittel.

Lösung

Erstellung einer geordneten Liste: 36, 37, 38, 38, 40, 41, 43.

- Minimum: 36 Maximum: 43 Spannweite: $43 - 36 = 7$ Modalwert: 38
- ~~36, 37, 38~~, 38, ~~40, 41, 43~~ Der Median ist 38.
- $36 + 37 + 38 + 38 + 40 + 41 + 43 = 273$ $273 : 7 = 39$.
Das arithmetische Mittel beträgt 39. Die durchschnittliche Schuhgröße der Freunde ist 39.

Aufgaben

- Sieben Kinder wiegen sich: 38 kg, 39 kg, 35 kg, 44 kg, 41 kg, 37 kg und 46 kg.
 - Erstelle eine Rangliste und bestimme Minimum, Maximum und Spannweite.
 - Bestimme den Median und berechne das arithmetische Mittel.
 - Bestimme die veränderten Kenngrößen, wenn ein achter Wert mit 48 kg dazukommt.

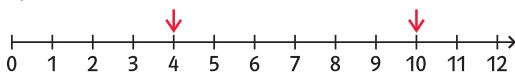
- Emil hat letzte Woche wie folgt am Klavier geübt.

Tag	Mo.	Di.	Mi.	Do.	Fr.	Sa.	So.
Zeit	10 min	8 min	5 min	10 min	18 min	12 min	0 min

- Bestimme das arithmetische Mittel und den Median der täglichen Übungszeit.
- Ermittle die veränderten Kenngrößen, wenn er am Sonntag 70 min übt.

- Übertrage die Zahlengerade in dein Heft. Schätze den Mittelwert der markierten Zahlen. Berechne ihn anschließend und trage ihn ein.

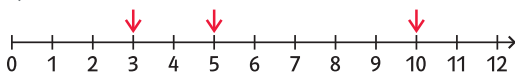
a)



b)



c)



d)



- Cora möchte wissen, wie viele Gummibären im Durchschnitt in einer Packung sind. Sie nimmt 5 Packungen und zählt die Gummibären darin. Cora erhält die folgenden Anzahlen: 143, 145, 143, 142 und 142. Berechne die durchschnittliche Anzahl an Gummibären pro Packung.

Teste dich!→ **Lösungen, Seite 237**

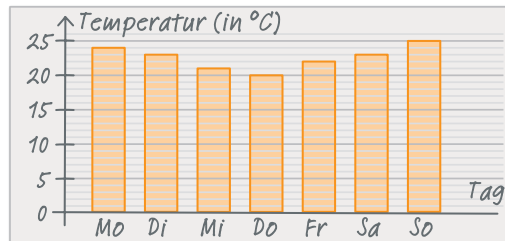
- Zum Turnierabschluss gibt der Basketballtrainer eine Auswertung der Korbtreffer zu den Spielern seiner Mannschaft bekannt: Alex (34 Treffer), Christian (17), Niclas (41), Arto (15), Lars (5), Navid (35), Jan (19), Lennard (32), Matteo (7) und Lukas (15).
 - Stelle eine Rangliste auf und gib Minimum, Maximum, Spannweite und Modalwert an.
 - Ermittle den Median und berechne das arithmetische Mittel.
 - Gib die veränderten statistischen Kenngrößen an, wenn der Neueinsteiger Nils (0) mitberücksichtigt wird.

- 6 Die Tabelle zeigt das Ergebnis eines Tests, bei dem man 10 Punkte erreichen konnte.

Punkte	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl	2	5	1	1	6	7	11	10	13	16	17

- a) Berechne das arithmetische Mittel der erzielten Punktzahl.
 b) Untersuche, wie viele Schüler überdurchschnittlich abgeschnitten haben.
 c) Untersuche, ob der Median größer oder kleiner als das arithmetische Mittel ist.

- 7 Anton hat die Mittagstemperaturen einer Woche in einem Diagramm notiert.



- a) Lies die Temperaturen aus dem Diagramm ab und berechne ihr arithmetisches Mittel.
 b) Untersuche, an wie vielen Tagen die Temperatur über bzw. unter dem arithmetischen Mittel lag.
 c) Man liest mitunter Meldungen wie „Der September war 2 Grad zu warm“. Erläutere, was diese Aussage bedeuten könnte.

- 8 Oskar kann den Mittelwert der Zahlen auf dem Kärtchen ohne Rechnung angeben. Beschreibe, wie er vorgeht.

19, 20, 21 **A** 15, 15, 15, 17, 17, 17 **B** 47, 48, 49, 51, 52, 53 **C** 61, 55, 60, 65, 59 **D**

- 9 Untersuche, welche Zahl für \square eingesetzt werden kann, damit die Aussage stimmt. Der Mittelwert von

- a) 3, \square und 5 ist 4, b) 2 und \square ist 5, c) 5, 2, \square und 1 ist 3,
 d) 2, 3, 4, \square , 6, 7 und 8 ist 5, e) 13, 17, 12 und \square ist 15, f) 2, 7, 16, 1, \square und 4 ist 5.

- 10 Eine Mannschaft aus 8 Spielerinnen hat ihre Körpergrößen gemessen.

- a) Bestimme mithilfe eines Taschenrechners den Mittelwert der Körpergrößen.
 b) Zur nächsten Saison kommt eine Spielerin hinzu. Damit sinkt der Mittelwert der Körpergrößen auf 144 cm. Bestimme die Körpergröße der neuen Mitspielerin.



Teste dich!

→ **Lösungen**, Seite 237

- 11 Das arithmetische Mittel der Körpergrößen von Sebi, Ben, Ciara und Finn beträgt 155 cm.
 a) Gib drei Möglichkeiten an, wie groß die vier sein könnten.
 b) Untersuche, bei welcher deiner Lösungen aus Teilaufgabe a) der Unterschied zwischen arithmetischem Mittel und Median am größten ist.

12 Wahr oder falsch?

- Begründe, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
 a) Der Median liegt in der Mitte zwischen dem größten und dem kleinsten Wert.
 b) Das arithmetische Mittel und der Median sind gleich.
 c) Um den Median zu bestimmen, braucht man nicht rechnen.
 d) Die Hälfte der Daten ist kleiner als das arithmetische Mittel.

Teste dein Grundwissen!

Das Einmaleins

→ **Grundwissen**, Seite 232
Lösungen, Seite 237

- 13 Notiere die Reihe.
 a) 7-er Reihe bis 70 b) 9-er Reihe bis 180 c) 13-er Reihe bis 260

- c) 1, 3, 4, 12, 13, 39, 40, 120, 121, 363, 364, 1092
 $\cdot 3 \quad +1 \quad \cdot 3 \quad +1 \quad \cdot 3 \quad +1 \quad \cdot 3 \quad +1 \quad \cdot 3 \quad +1 \quad \cdot 3$

Seite 13

5

- a) 5, 7, 15, 15, 17, 19, 32, 34, 35, 41
 Minimum: 5 Maximum: 41
 Spannweite: 36 Modalwert: 15
 b) Median: 18 arithmetisches Mittel: 22
 c) 0, 5, 7, 15, 15, 17, 19, 32, 34, 35, 41
 Minimum: 0 Maximum: 41
 Spannweite: 41 Modalwert: 15
 Median: 17 arithmetisches Mittel: 20

Seite 14

11

- a) individuelle Lösung, zum Beispiel:
 155, 155, 155, 155 Median: 155
 153, 154, 156, 157 Median: 155
 140, 140, 150, 190 Median: 145
 b) Wenn man drei Werte sehr klein wählt und den vierten Wert sehr groß, bleibt der Median klein. Im Extremfall [0, 0, 0, 620] ist der Median 0, das arithmetische Mittel 155.

G 13

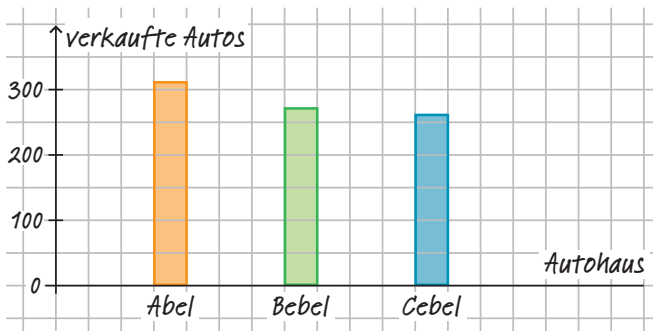
- a) 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70
 b) 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, 117, 126, 135, 144, 153, 162, 171, 180
 c) 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130, 143, 156, 169, 182, 195, 208, 221, 234, 247, 260

Seite 16

3

a)	Abel	310
	Bebel	270
	Cebel	260

- b) Anzahl verkaufter Autos



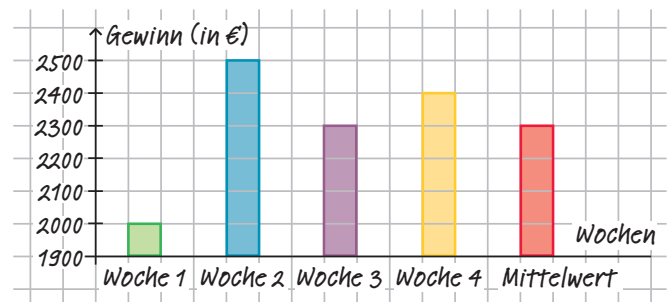
- c) Sehr wahrscheinlich wollte das Autohaus Abel dieses Diagramm für seine Werbung nutzen. Durch die falsche Skalierung der senkrechten Achse wird sehr deutlich, dass dieses Autohaus die meisten Autos verkauft hat und damit vor der Konkurrenz liegt, obwohl die Verkaufszahlen der drei Autohäuser in der Realität sehr ähnlich sind.

Seite 17

6

a)	Woche 1	2000
	Woche 2	2500
	Woche 3	2300
	Woche 4	2400
	Mittelwert	2300

- b) Gewinne im Monat Juni



Die Unterschiede zwischen den einzelnen Gewinnen pro Woche werden im manipulierten Diagramm viel deutlicher sichtbar als im korrekt gezeichneten Diagramm. Es scheint, als ob der Gewinn in Woche 1 noch deutlich unter dem Mittelwert und in Woche 2 deutlich über dem Mittelwert liegt.

G 8

- a) Dargestellt ist die 14er-Reihe.
 Es gehören nicht dazu: 32, 80, 108, 156, 172
 Fortsetzung: 196, 210, 224, 238, 252, 266, 280
 b) zum Beispiel: 24, 48, 72

G 9

- a) 28 b) 45 c) 72 d) 72 e) 105 f) 198
 g) 56 h) 52 i) 156 j) 96 k) 96 l) 154

8

individuelle Lösung

Seite 11

9

a) In Großbritannien sind die Ferien am längsten, in Deutschland am kürzesten.

Land	Länge der Sommerferien (in Tagen)
Belgien	62
Dänemark	45
Deutschland	42
Frankreich	65
Großbritannien	71
Niederlande	51
Österreich	65
Schweiz	43

c) Es sind hier nur die Sommerferien angegeben. Um Lottas Aussage überprüfen zu können, müsste man auch die Länge der anderen Ferien kennen. Zudem müsste man wissen, ob es sich jeweils um Halbtags- oder Ganztagschulen handelt.

10

Die Bevölkerungszahl eines Landes berechnet sich jeweils aus der im Diagramm angegebenen Anzahl der Figuren mal 5 Millionen.

Österreich: 2 Figuren mal 5 Millionen ergeben 10 Millionen Einwohner;

Niederlande: 20 Millionen Einwohner;

Spanien: 50 Millionen Einwohner;

Großbritannien: 60 Millionen Einwohner;

Frankreich: 60 Millionen Einwohner;

Deutschland: 80 Millionen Einwohner.

12

a) individuelle Lösung, zum Beispiel:

Die beliebtesten Freizeitaktivitäten der befragten Mädchen und Jungen sind *Freunde treffen* und *Draußen spielen*.

Sport treiben gehört bei den Jungen zu den drei beliebtesten Freizeitaktivitäten, bei den Mädchen steht dies erst an siebter Stelle.

Bücher lesen gehört bei 8% der Mädchen zu den beliebtesten Freizeitaktivitäten, bei den Jungen dagegen nur bei 1%. Im Gegensatz dazu sind *PC-/Konsolen-/Onlinespiele* bei Jungen (30%) sehr viel beliebter als bei Mädchen (13%).

b) und c) individuelle Lösung

Eine Studie, die heutzutage durchgeführt wird, ergibt wohl zum einen andere, neu hinzugekommene Freizeitaktivitäten (z. B. Chatten), und zum anderen auch mehr oder minder prozentuale Veränderungen bei den Nennungen gegenüber der Erhebung von 2016.

2 Statistische Kenngrößen

Seite 12

Einstiegsaufgabe

Die durchschnittlichen Punktzahlen betragen:

Klasse 5a	1650
Klasse 5b	1705
Klasse 5c	1704
Klasse 5d	1701

Damit war die Klasse 5b im Durchschnitt am besten.

Seite 13

1

a) Rangliste: 35 kg, 37 kg, 38 kg, 39 kg, 41 kg, 44 kg, 46 kg
Minimum: 35 kg; Maximum: 46 kg; Spannweite = 11 kg

b) Median: 39 kg

Summe aller Massen:

$$(35 + 37 + 38 + 39 + 41 + 44 + 46) \text{ kg} = 280 \text{ kg}$$

$$\text{arithmetisches Mittel: } 280 \text{ kg} : 7 = 40 \text{ kg}$$

c) Rangliste: 35 kg, 37 kg, 38 kg, 39 kg, 41 kg, 44 kg, 46 kg; 48 kg

Minimum: 35 kg; Maximum: 48 kg; Spannweite = 13 kg

Median: 40 kg

arithmetisches Mittel: 41 kg

Durch den zusätzlich hinzugekommenen Wert haben sich mit Ausnahme des Minimums alle Werte verändert, in dem Fall haben sich alle Werte erhöht.

2

a) Rangliste: 0 min, 5 min, 8 min, 10 min, 10 min, 12 min, 18 min

Median: 10 min

$$\text{arithmetisches Mittel: } 63 \text{ min} : 7 = 9 \text{ min}$$

b) neue Rangliste: 5 min, 8 min, 10 min, 10 min, 12 min, 18 min, 70 min

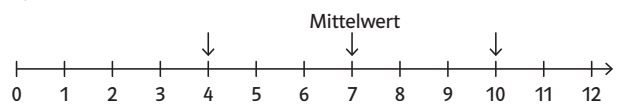
Median: 10 min

$$\text{arithmetisches Mittel: } 133 \text{ min} : 7 = 19 \text{ min}$$

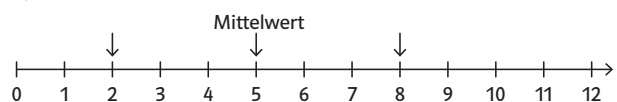
Übt Emil sonntags 70 min statt 0 min, bleibt der Median gleich und der Mittelwert erhöht sich von 9 min auf 19 min.

3

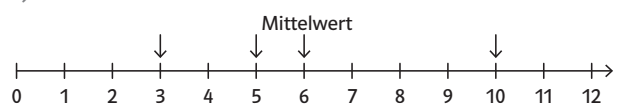
a) Mittelwert: 7



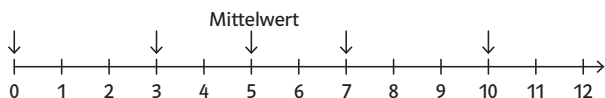
b) Mittelwert: 5



c) Mittelwert: 6



d) Mittelwert: 5



4

$143 + 145 + 143 + 142 + 142 = 715$; $715 : 5 = 143$
 Im Durchschnitt sind 143 Gummibären in einer Packung.

Seite 14

6

- a) Insgesamt haben 89 Kinder an dem Test teilgenommen und zusammen 623 Punkte erzielt. Das arithmetische Mittel beträgt $623 : 89 = 7$.
- b) $13 + 16 + 17 = 46$ Kinder haben besser als der Durchschnitt abgeschnitten.
- c) Der Median beträgt 8 Punkte und ist somit größer als das arithmetische Mittel.

7

- a) $24 + 23 + 21 + 20 + 22 + 23 + 25 = 158$
 $158 : 7 \approx 22,57$
 Der Mittelwert beträgt ca. $22,6^\circ\text{C}$.
- b) An vier Tagen lag die Mittagstemperatur über und an drei Tagen unter dem Mittelwert.
- c) Der Mittelwert des aktuellen Monats wird mit dem Mittelwert einer länger zurückliegenden Epoche verglichen.

8

- A: Der Mittelwert ist 20. Die 20 liegt in der Mitte von 19 und 21.
- B: Der Mittelwert ist 16. Der Mittelwert von 15 und 17 ist 16. Da die 15 und die 17 beide gleich oft vorkommen, bleibt der Mittelwert 16.
- C: Der Mittelwert ist 50. Der Mittelwert von 47 und 53 ist 50, genauso der von 48 und 52 sowie der von 49 und 51.
- D: Der Mittelwert ist 60. Der Mittelwert von 61 und 59 ist 60, genauso der von 55 und 65.

9

- a) 4 b) 8 c) 4
- d) 5 e) 18 f) 0

10

- a) Summe aller Körpergrößen:
 $(139 + 140 + 143 + 142 + 148 + 147 + 152 + 149) \text{ cm}$
 $= 1160 \text{ cm}$
 arithmetisches Mittel: $1160 \text{ cm} : 8 = 145 \text{ cm}$
 Die durchschnittliche Körpergröße der Spielerinnen beträgt 145 cm.
- b) Da man nun durch 9 dividiert, muss für die Summe aller Körpergrößen $144 \text{ cm} \cdot 9 = 1296 \text{ cm}$ gelten. Die Summe der bisherigen 8 Spielerinnen betrug 1160 cm; also beträgt die Körpergröße der neu hinzugekommenen Spielerin $1296 \text{ cm} - 1160 \text{ cm} = 136 \text{ cm}$.

12

- a) Die Aussage ist wahr, weil die Rangliste aufsteigend sortiert ist.
- b) Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Rangliste 1, 2, 6 mit Median 2 und Mittelwert 3.
- c) Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: 1, 2, 12, 14 mit Median $(2 + 12) : 2 = 7$. Hier muss man rechnen und kann nicht nur ablesen.
- d) Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: 1, 7, 7, 9 mit Mittelwert 6; aber weniger als die Hälfte der Daten (nur ein Datenwert) ist kleiner als 6.

3 Diagramme genauer betrachten

Seite 15

Einstiegsaufgabe

Die beiden roten Kreise sind tatsächlich gleich groß. Unsere Wahrnehmung wird durch die unterschiedlichen Darstellungen getäuscht. Links wirkt der rote Kreis nur scheinbar kleiner als im rechten Diagramm, denn er ist von blauen Kreisen umgeben, die alle deutlich größer als der rote Kreis sind. Rechts sind die umgebenden blauen Kreise dagegen alle kleiner als der rote Kreis. Die Anzahl der blauen Kreise ist rechts um zwei größer und sie sind näher an den roten Kreis gerückt, sodass für das Auge der rote Kreis größer wirkt.

Seite 16

1

- a) Die Säulen der CDU (schwarz) und der SPD (rot) sind zu kurz im Vergleich zu den anderen Parteien dargestellt. Es entsteht so z.B. der Eindruck, dass CDU oder SPD doppelt so großen Zuspruch hatten, als die „Linken“. Legt man die Säule für die „Linken“ zugrunde, müssten CDU oder SPD nur ca. 26% Zuspruch erfahren haben. Dagegen liegt deren Prozentsatz deutlich höher.
- b) Sonntagsfrage Saarland März 2017

