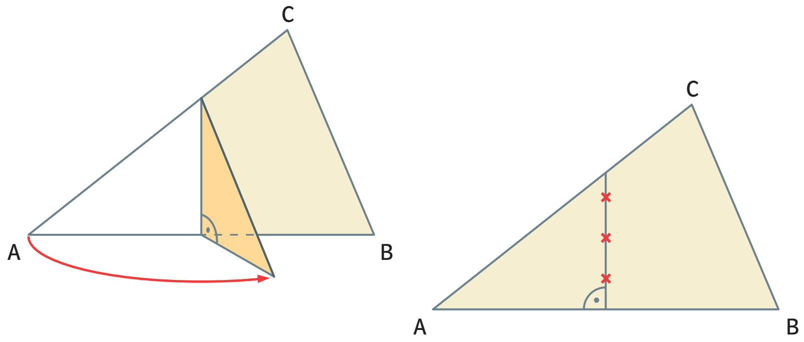
7 Mittelsenkrechte. Umkreis



Ein Dreieck kann man so falten, dass zwei Eckpunkte zusammenkommen.

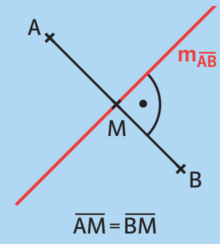
→ Schneidet ein Dreieck aus. Faltet A auf B und klappt das Dreieck wieder auf. Markiert auf der Faltlinie mehrere Punkte. Messt die Entfernung jedes Punktes zu A und B. Was beobachtet ihr?

→ Faltet dann B auf C und klappt wieder auf. Faltet zuletzt C auf A und klappt wieder auf. Was stellt ihr fest?

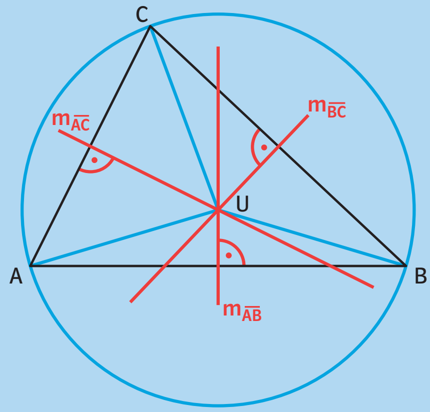
Merke

Die Symmetrieachse der Strecke $\overline{AB}$ heißt **Mittelsenkrechte**. Sie geht durch den Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$ und steht senkrecht auf ihr. Sie wird mit $m_{\overline{AB}}$ bezeichnet.

Jeder Punkt auf der Mittelsenkrechten $m_{\overline{AB}}$ ist von den Punkten A und B gleich weit entfernt.

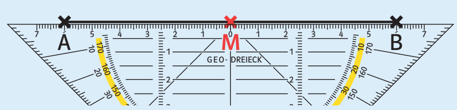


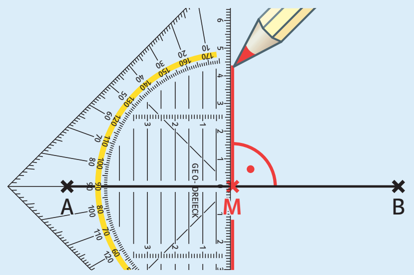
Im Dreieck ABC schneiden sich die drei Mittelsenkrechten im Punkt U. Der Punkt U hat von den Eckpunkten A, B und C des Dreiecks die gleiche Entfernung. Die Eckpunkte liegen auf einem Kreis um U, dem **Umkreis** des Dreiecks.



Beispiele

a) Zeichne die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{AB}$ mit dem Geodreieck.

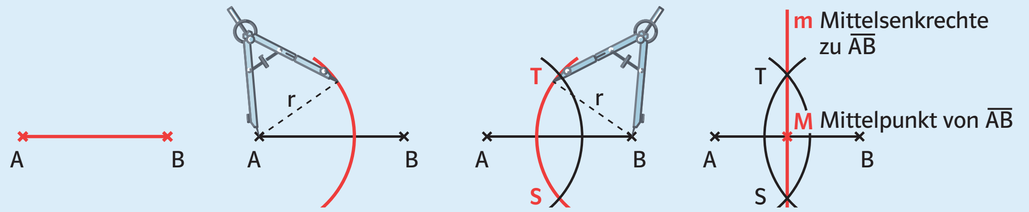




Markiere den Mittelpunkt M von $\overline{AB}$. Zeichne die Senkrechte zu $\overline{AB}$ durch M.

b) Konstruiere die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{AB}$ mit Zirkel und Lineal.

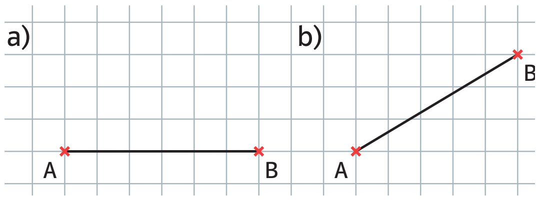
Tipp!
Der Radius r muss länger sein als die halbe Strecke.



Abbildungen: Holtermann, Helmut, Danneberg

Seite aus: Schnittpunkt Mathematik 7
Differenzierende Ausgabe Rheinland-Pfalz und Saarland
ISBN: 978-3-12-744271-7

○ **1** Übertrage die Strecke $\overline{AB}$. Zeichne die Mittelsenkrechte $m_{\overline{AB}}$ ein.

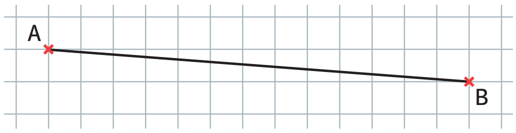


○ **2** Ein Dreieck hat die Eckpunkte A (1 | 1); B (9 | 1) und C (7 | 7).
a) Zeichne das Dreieck.
b) Zeichne alle Mittelsenkrechten ein.
c) Zeichne den Umkreis des Dreiecks. Gib die Koordinaten seines Mittelpunkts U an.

Alles klar?

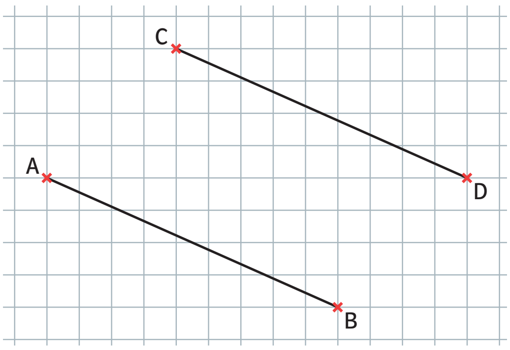
Fördern
v6vf9v

A Übertrage die Strecke. Zeichne die Mittelsenkrechte und beschrifte sie.



B Ein Dreieck hat die Eckpunkte A (3 | 3); B (12 | 3) und C (5 | 10).
a) Zeichne das Dreieck.
b) Zeichne alle Mittelsenkrechten ein.
c) Zeichne den Umkreis des Dreiecks.

○ **3** Übertrage die Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$.

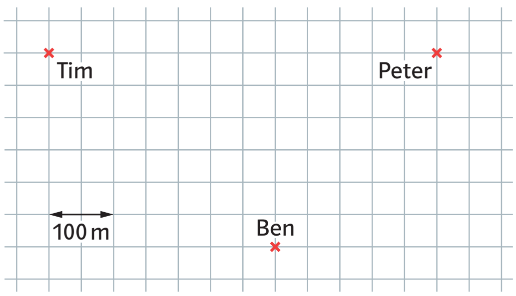


Zeichne ihre Mittelsenkrechten ein.
Was beobachtest du?

Tipp!
zu Aufgabe 4
Lege drei Punkte auf der Kreislinie fest.

◐ **4** Zeichne das Dreieck ABC mit den Seitenlängen a = 6 cm; b = 5 cm und c = 7 cm. Konstruiere seine Mittelsenkrechten mit Zirkel und Lineal und seinen Umkreis.

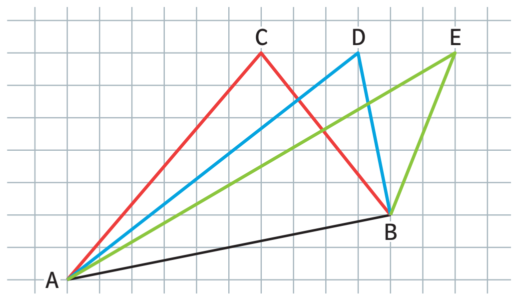
◐ **5** Drei Freunde wollen sich treffen. Ihr Treffpunkt ist von jedem gleich weit entfernt.



a) Übertrage die Zeichnung und bestimme den Treffpunkt.
b) Wie weit muss jeder Junge gehen?

◐ **3** Übertrage in getrennten Figuren die Dreiecke ABC; ABD und ABE.

a)



b) Konstruiere zu jedem Dreieck die Mittelsenkrechten mit Zirkel und Lineal und den Umkreis. Was beobachtest du?

◐ **4** Mona baut aus Tellern eine Etagere. Dazu bestimmt sie den Mittelpunkt jedes Tellers.
a) Zeichne mithilfe eines Tellers einen Kreis und konstruiere den Mittelpunkt.
b) **Beschreibe** dein Vorgehen.

● **5**
a) Konstruiere mit Zirkel und Lineal die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{AB}$ mit A (2 | 2) und B (8 | 4).
b) **Begründe** mithilfe von kongruenten Dreiecken, dass jeder Punkt auf der Mittelsenkrechten von den Punkten A und B gleich weit entfernt ist.

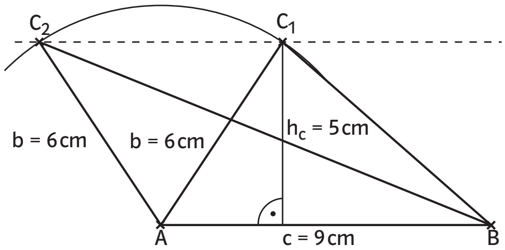
→ Die Lösungen zu „Alles klar?" findest du auf Seite 249.

Abbildungen: Holtermann, Helmut, Danneberg, 1-5; Nadeshda Menzel - Nadeshda's Atelier, Nidderau, 6

Seite aus: Schnittpunkt Mathematik 7
Differenzierende Ausgabe Rheinland-Pfalz und Saarland
ISBN: 978-3-12-744271-7

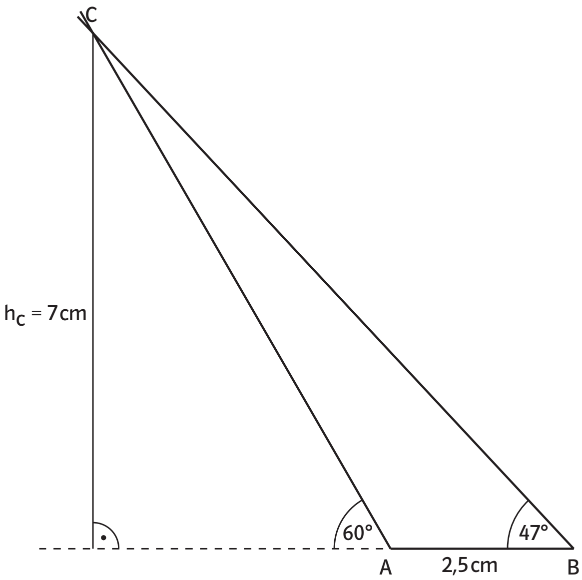
b) Alle drei Höhen des Dreiecks HBC gehen durch den Punkt A.
Die Höhe mit Anfangspunkt H ist die verlängerte Höhe h_a des Dreiecks ABC.
Die Höhe mit Anfangspunkt B ist die verlängerte Seite c des Dreiecks ABC.
Die Höhe mit Anfangspunkt C ist die verlängerte Seite b des Dreiecks ABC.

6 Zeichnung im Maßstab 1 : 2



Der Kreis um A mit Radius r = b = 6 cm schneidet die Parallele zu $\overline{AB}$ im Abstand h_c = 5 cm in den zwei Punkten C_1 und C_2. Dementsprechend gibt es zwei Lösungen, nämlich die Dreiecke ABC_1 und ABC_2.

7 Es eignet sich der Maßstab 1 : 2000 (1 cm in der Zeichnung entspricht 20 m in der Wirklichkeit). Konstruktion des Dreiecks ABC nach WSW (es ist $\alpha = 180° - 60° = 120°$). Anschließend zeichnet man die Höhe h_c ein und misst ihre Länge.



7 cm in der Zeichnung entsprechen 140 m in der Wirklichkeit. Die Felsnase liegt etwa 140 m über dem Ufer des Sees.

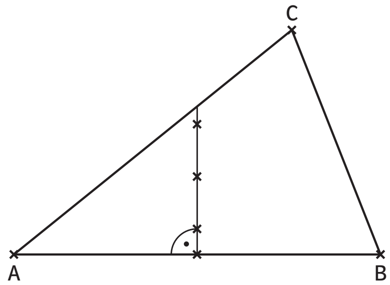
7 Mittelsenkrechte. Umkreis Seiten 66, 67

Damit die Lösung übersichtlich bleibt, werden nicht alle Konstruktionsschritte dargestellt.

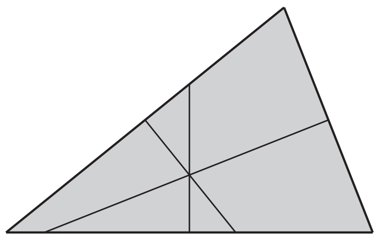
Seite 66

Einstieg

→ Jeder Punkt auf der Faltlinie ist von den Punkten A und B gleich weit entfernt.

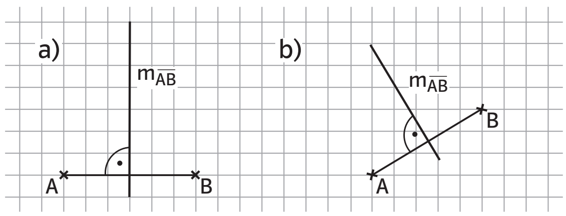


→ Durch die drei Faltungen entstehen drei Linien, die jeweils senkrecht auf den Dreieckseiten stehen und durch die jeweilige Seitenmitte verlaufen. Die drei Linien schneiden sich in einem Punkt.



Seite 67

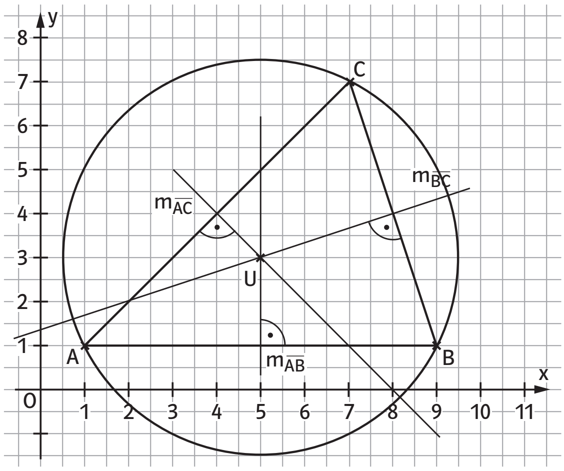
1



Abbildungen: imprint, Zusmarshausen

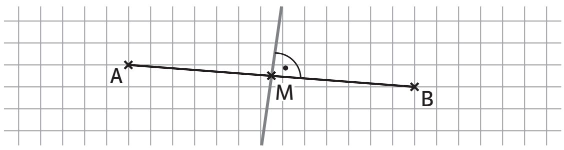
Seite aus: Schnittpunkt Mathematik 7
Differenzierende Ausgabe Rheinland-Pfalz und Saarland Lösungen
ISBN: 978-3-12-744273-1

2 a) und b)

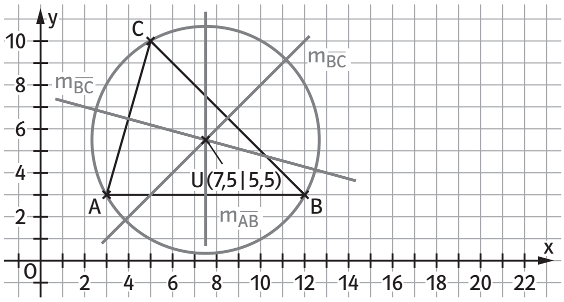


c) Die drei Mittelsenkrechten schneiden sich im Mittelpunkt U(5 | 3).

A

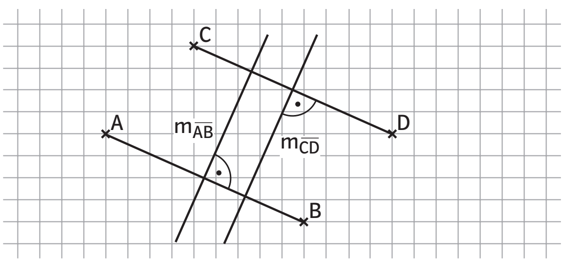


B



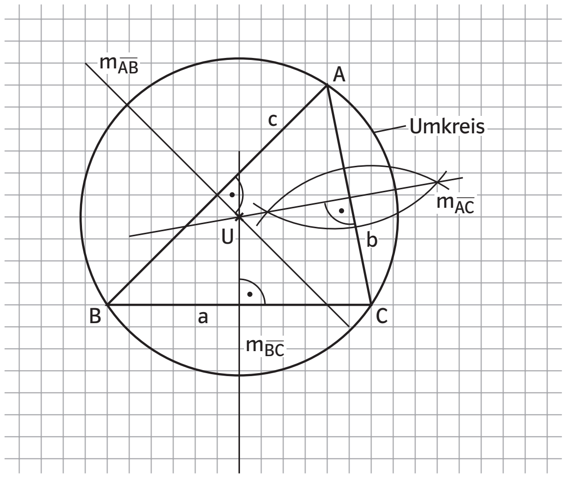
Seite 67, links

3

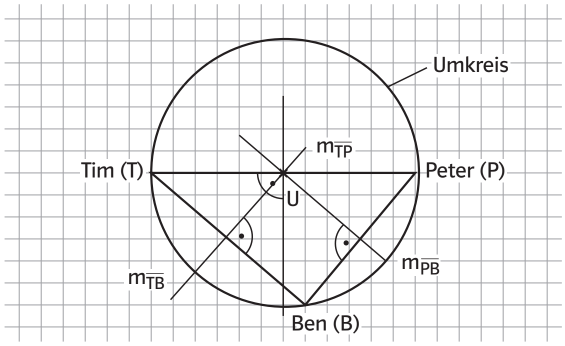


Die Mittelsenkrechten $m_{\overline{AB}}$ und $m_{\overline{CD}}$ sind parallel zueinander.

4



5 a)

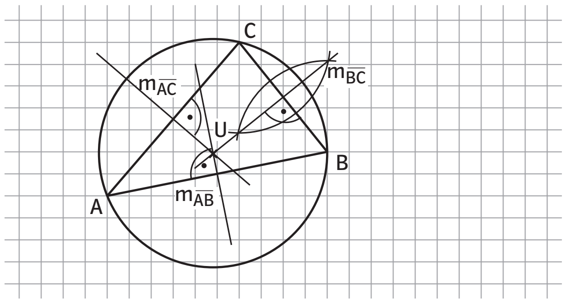


Alle drei Freunde treffen sich am Treffpunkt U.

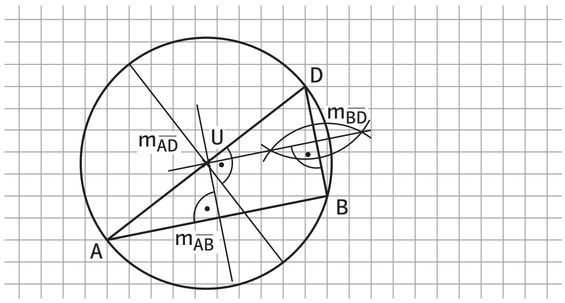
b) Jeder Junge muss 300 m weit gehen.

Seite 67, rechts

3 a) und b) rotes Dreieck ABC:



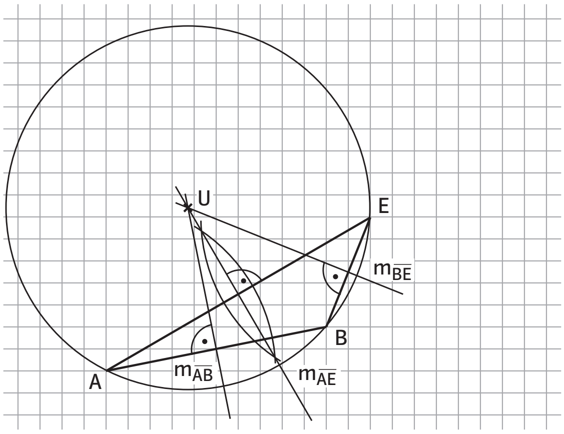
blaues Dreieck ABD:



Abbildungen: imprint, Zusmarshausen

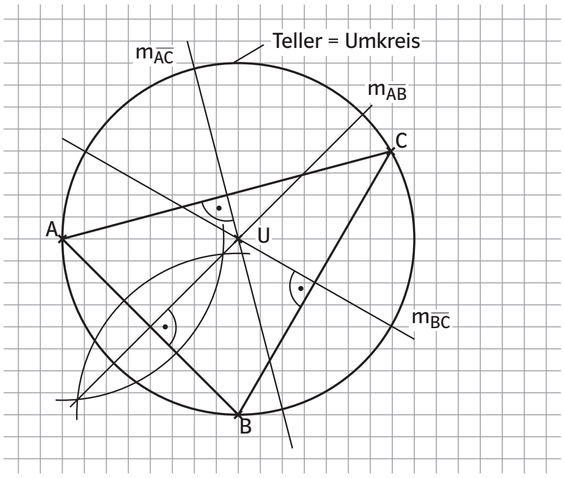
Seite aus: Schnittpunkt Mathematik 7
Differenzierende Ausgabe Rheinland-Pfalz und Saarland Lösungen
ISBN: 978-3-12-744273-1

grünes Dreieck ABE:



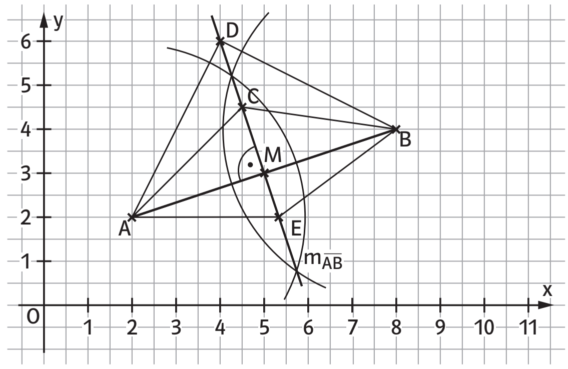
In allen Dreiecken schneiden sich die Mittelsenkrechten in einem Punkt, dem Umkreismittelpunkt. Dieser Punkt kann innerhalb des Dreiecks, auf einer Dreiecksseite oder außerhalb des Dreiecks liegen.

4 a)



b) Zuerst zeichnet man mithilfe eines Tellers einen Kreis. Nun legt man drei beliebige Punkte auf dem Kreis fest. In diesem Beispiel sind es die Punkte A, B und C. Zusammen bilden sie das Dreieck ABC. Dann wird zu jeder Dreiecksseite die dazugehörige Mittelsenkrechte eingezeichnet oder mithilfe des Zirkels konstruiert. Die drei Mittelsenkrechten $m_{\overline{AB}}$, $m_{\overline{AC}}$ und $m_{\overline{BC}}$ schneiden sich im Punkt U.
Der Punkt U ist der Mittelpunkt dieses Kreises bzw. Tellers.

5 a) Mögliche Lösung:



b) Individuelle Wahl der Punkte
Beispiellösung: Für die oben eingezeichneten Punkte C, D und E gilt:
$\overline{AC} = \overline{BC} = 3{,}5\,cm$
$\overline{AD} = \overline{BD} = 4{,}5\,cm$
$\overline{AE} = \overline{BE} = 3{,}3\,cm$
Es fällt auf, dass die Entfernungen von A und B jeweils gleich sind.
Begründung für den Punkt C:
Die Dreiecke AMC und BMC
- haben die Seite $\overline{MC}$ gemeinsam
- haben die gleich langen Seiten $\overline{AM}$ und $\overline{BM}$
- haben bei M einen rechten Winkel.

Nach SWS gibt es mit diesen Stücken nur ein Dreieck. Daher sind die Seiten $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ gleich lang.
Die Begründung gilt für jeden beliebigen Punkt auf $m_{\overline{AB}}$.

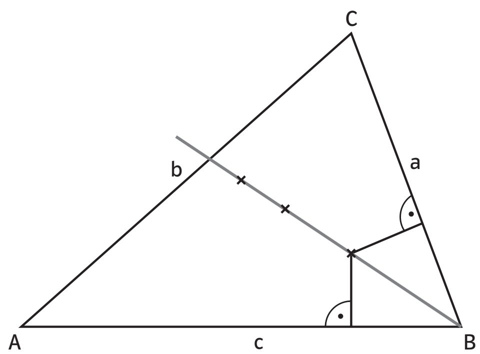
8 Winkelhalbierende. Inkreis Seiten 68, 69

Damit die Lösung übersichtlich bleibt, werden nicht alle Konstruktionsschritte dargestellt.

Seite 68

Einstieg

→



Jeder Punkt auf der Faltlinie ist von den Dreiecksseiten a und c gleich weit entfernt.

Abbildungen: imprint, Zusmarshausen

Seite aus: Schnittpunkt Mathematik 7
Differenzierende Ausgabe Rheinland-Pfalz und Saarland Lösungen
ISBN: 978-3-12-744273-1