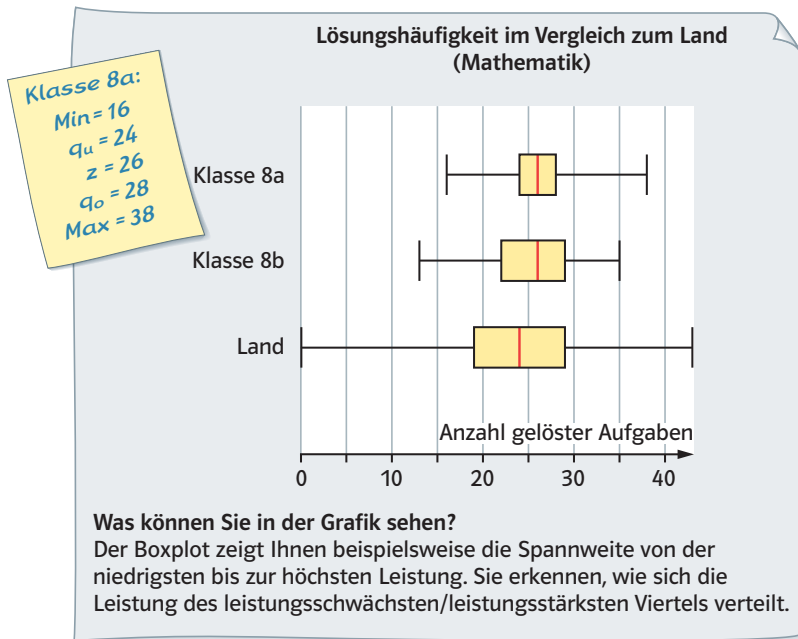


5 Boxplots

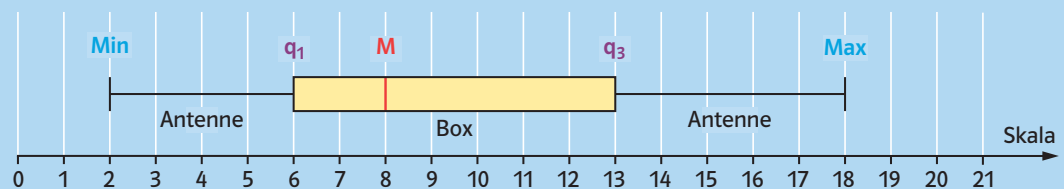


In mehreren Bundesländern werden in den 8. Klassen landeseinheitliche Vergleichsarbeiten (VERA) geschrieben. Die Auswertung der Testergebnisse erfolgt auch in einem Schaubild, zu dem eine kurze Erläuterung gegeben wird.

- Beschreibe kurz, worum es in der Abbildung geht.
- Der Schulleiter macht sich zur Klasse 8a eine Notiz. Welche Informationen hat er dem Schaubild entnommen?
- Schreibt zu zweit zwei weitere Notizzettel.
- Diskutiert in der Klasse, ob die Mathematiklehrkräfte mit den Ergebnissen zufrieden sein können.

Die Kennwerte Minimum, unteres Quartil, Median, oberes Quartil und Maximum teilen die gesamte Datenmenge in vier Bereiche. Diese Bereiche kann man in einem besonderen Diagramm, dem Boxplot, darstellen.

Merke Der **Boxplot** veranschaulicht die Kennwerte **Minimum**, **unteres Quartil q_1** , **Median M** , **oberes Quartil q_3** , **Maximum**.



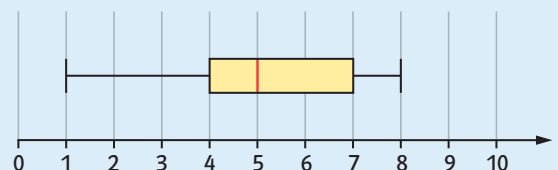
Die **Box** umfasst den Bereich zwischen dem unteren und dem oberen Quartil. Links und rechts von der Box sind die **Antennen**. Die linke Antenne reicht vom Minimum bis zum unteren Quartil. Die rechte Antenne reicht vom oberen Quartil bis zum Maximum.

Der Boxplot gibt Aufschluss über die Verteilung der Daten: Mindestens die Hälfte aller Daten liegt in der Box. Mindestens ein Viertel der Daten liegt links bzw. rechts von der Box.

Beispiele a) Zu den Kennwerten soll ein Boxplot gezeichnet werden.
Minimum: 1; unteres Quartil: 4; Median: 5; oberes Quartil: 7; Maximum: 8

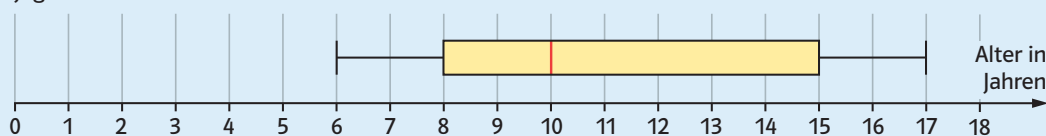
Beim Zeichnen eines Boxplots geht man schrittweise vor:

- Zuerst wird eine Skala gezeichnet.
- Alle Kennwerte werden markiert.
- Zum Schluss werden die Box und die Antennen gezeichnet.



b) Aus einem Boxplot können Kennwerte und Informationen abgelesen werden.

Jugendfußballer des FC Kicker



Kennwerte ablesen:

Minimum: 6; unteres Quartil: 8; Median: 10; oberes Quartil: 15; Maximum: 17

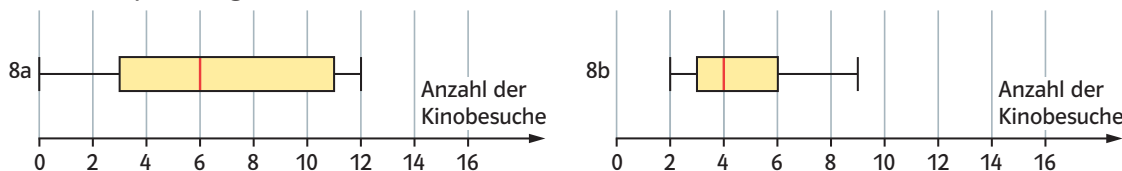
Informationen entnehmen:

- Die Jugendfußballer sind zwischen 6 und 17 Jahre alt.
- Die beiden Antennen und der linke Teil der Box sind gleich lang, deshalb ist die Anzahl der Fußballer in den Bereichen 6 bis 8 Jahre, 8 bis 10 Jahre und 15 bis 17 Jahre gleich groß.
- Der rechte Teil der Box ist deutlich länger als der linke Teil der Box, linke Antenne oder rechte Antenne. Auf diesen größeren Altersbereich verteilen sich aber auch nur 25 % der Jugendfußballer. Die Daten sind also nicht gleichmäßig auf die vier Bereiche verteilt.

1 Setze im Heft für den Platzhalter passende Begriffe oder Zahlen ein.

- Das besondere Diagramm für die Kennwerte heißt Boxplot.
- Die Box wird als Rechteck gezeichnet. An sie grenzen die Antennen an.
- In der Box liegen mindestens 50% der Daten.
- Mindestens 25% der Daten liegen links bzw. rechts von der Box.
- Der Boxplot veranschaulicht die Verteilung der Daten.

2 Die Anzahl der Kinobesuche der Schülerinnen und Schüler der Klassen 8a und 8b werden in einem Boxplot dargestellt. Notiere alle Kennwerte, die du ablesen kannst.



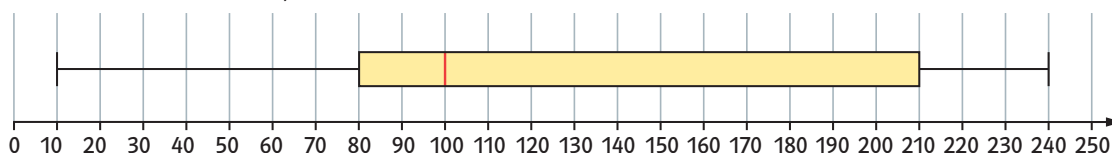
3 Die Kennwerte sind in der Tabelle eingetragen. Zeichne dazu einen Boxplot.

	Minimum	unteres Quartil	Median	oberes Quartil	Maximum
a)	4	6	10	12	20
b)	15	20	35	40	70
c)	10	20	80	140	160

Alles klar?



A Notiere alle Kennwerte, die du ablesen kannst.



B Zeichne einen Boxplot zu folgenden Daten:

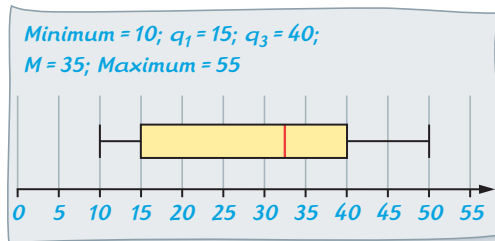
- Minimum: 0; unteres Quartil: 3; Median: 5; oberes Quartil: 7; Maximum: 11
- Minimum: 20; unteres Quartil: 40; Median: 70; oberes Quartil: 80; Maximum: 100

→ Die Lösungen zu „Alles klar?“ findest du auf Seite 252.

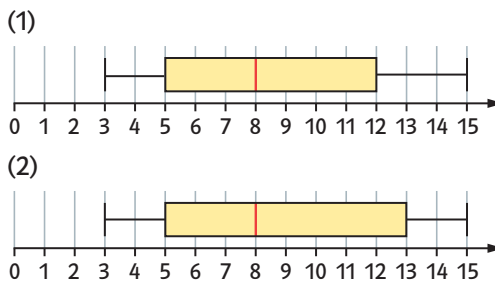
- 4 Die Kennwerte sind gegeben. Zeichne einen Boxplot.

	Mini- mum	unteres Quartil	Median	oberes Quartil	Maxi- mum
a)	4	5	6	8	12
b)	0	12	16	25	32
c)	20	22	31	33	39

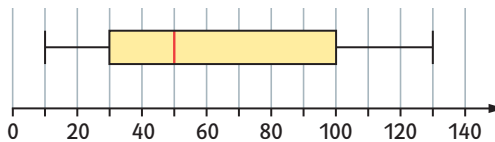
- 5 Nele hat beim Zeichnen des Boxplots Fehler gemacht.



- a) Beschreibe die Fehler.
 b) Zeichne den Boxplot richtig.
- 6 Was gehört zusammen? Ordnet der Rangliste den richtigen Boxplot zu.
- a) 3; 4; 5; 5; 6; 8; 9; 11; 12; 13; 15
 b) 3; 3; 4; 4; 6; 6; 7; 7; 9; 10; 11; 12; 14; 14; 15; 15



- 7 Der Boxplot zeigt, wie viele E-Mails die 32 Lehrkräfte der Lise-Meitner-Schule in einem Monat erhielten.



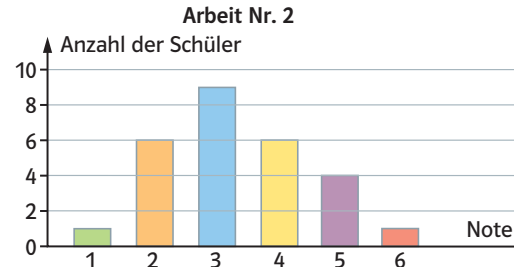
- a) Welche Aussage stimmt nicht? Korrigiere den Fehler.

Jede Lehrkraft erhielt mindestens 10 E-Mails.
 Mindestens zwei Lehrkräfte erhielten 130 E-Mails.

- b) Schreibe drei weitere Aussagen auf.

- 4 Folgende Kennwerte sind bekannt: Minimum: 2; unteres Quartil: 5; oberes Quartil: 12; Median: 9,5. Die Spannweite beträgt 18. Zeichne den Boxplot.

- 5 Die Lehrkraft gibt das Ergebnis der Klassenarbeit bekannt.



- a) Notiere die Noten in einer Rangliste und ermittle die Kennwerte.
 b) Zeichne einen Boxplot.
 c) Berechne das arithmetische Mittel und vergleiche es mit dem Median.

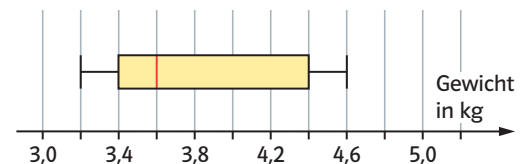
- 6 Folgende Temperaturen werden gemessen: 7°C; 6°C; 3°C; 15°C; 5°C; 9°C; 6°C; 8°C; 2°C; 6°C; 12°C; 3°C; 19°C; 8°C; 1°C; 10°C; 20°C

- a) Zeichne einen Boxplot.
 b) Welche Informationen kannst du dem Boxplot entnehmen? Beginne mit: „Die rechte Antenne ist deutlich länger als die Box. Das bedeutet, ...“

- 7 Zeichne für die Ranglisten A und B Boxplots. Was stellst du fest? Erkläre.

A	20	20	23	24	25	25	25	29	30	30	35
B	20	23	23	25	25	25	29	29	30	35	35

- 8 Es werden 9 Schultaschen gewogen. Alle Taschen sind unterschiedlich schwer. Das Ergebnis wird in einem Boxplot dargestellt.



- Finde möglichst viele Informationen über das Gewicht der Schultaschen heraus. Begründe deine Antworten.

5 a)

	a)	b)
Minimum	1	5
unteres Quartil	12	12
Median	20	20
oberes Quartil	28	28
Maximum	39	39
Spannweite	38	34
Quartilabstand	16	16

b) Auffallend ist, dass nach der Streichung von je zwei Werten oben und unten der Großteil der Kennwerte (genauer: alle Kennwerte bis auf Minimum und Spannweite) gleich bleibt. Dies hat zum großen Teil mit der Struktur der Datenmenge zu tun. Dass der Median gleich bleibt, ist allerdings nicht von der Struktur der Datenmenge abhängig. Der Median ist der Wert in der Mitte und bleibt gleich, wenn oben und unten gleich viele Werte entfernt werden.

6

	a)	b)	c)	d)
Minimum	4	0	1	2
unteres Quartil	6	5	7	7,5
oberes Quartil	37	28	22	16,5
Maximum	52	40	31	28
Spannweite	48	40	30	26
Quartilabstand	31	23	15	9

7 Rangliste der gegebenen Werte:

120; 121; ■; 128; 132; 140

Der gesuchte Wert ist vor 128 platziert, weil der Median 126 beträgt. Es gilt $n = 6$; also ist der Median 126 das arithmetische Mittel von 128 und dem fehlenden Wert. Es gilt also:

$$\frac{\blacksquare + 128}{2} = 126 \quad | \cdot 2$$

$$\blacksquare + 128 = 252 \quad | -128$$

$$\blacksquare = 124$$

Der gesuchte Wert ist 124.

Anmerkung: Um den Wert zu finden, muss man nicht unbedingt eine Gleichung lösen. Man kann sich auch folgendes klar machen:

Der Median ist der Wert in der Mitte und hat zu den Nachbarwerten den gleichen Abstand. Der Abstand zu 128 beträgt 2; also muss der Wert links 124 sein.

EXTRA: Tabellenkalkulation –
Kennwerte

Seite 195

Seite 195

1

	a)	b)
Minimum	0	8
unteres Quartil	17	17,25
Median	24	34,5
oberes Quartil	43	47
Maximum	84	81
Spannweite	84	73
Quartilabstand	26	29,75
arithmetisches Mittel	32	33,5

2 a)

Klasse	8 a	8 b	8 c	8 d
Median	26	24	27	27
arithmetisches Mittel	27	26,72	28,27	27

Wenn man nur den Median und das arithmetische Mittel betrachtet, dann scheint die Klasse 8 c am besten abgeschnitten zu haben, denn hier sind sowohl Median als auch arithmetisches Mittel am höchsten.

b)

Klasse	8 a	8 b	8 c	8 d
unteres Quartil	23	23	23,25	19
oberes Quartil	30	32	33	36
Quartilabstand	7	9	9,75	17

Es fällt auf, dass der Quartilabstand bei der Klasse 8 d mit Abstand am größten ist. In dieser Klasse sind nicht nur sehr leistungsstarke, sondern auch sehr leistungsschwache Schülerinnen und Schüler. Es gibt also große Leistungsunterschiede.

5 Boxplots

Seite 196, 197

Seite 196

Einstieg

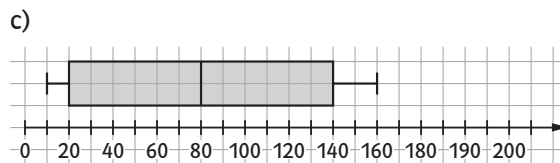
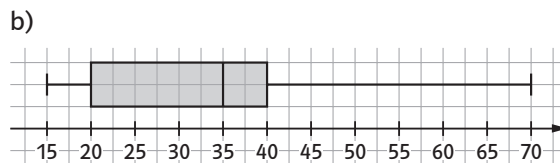
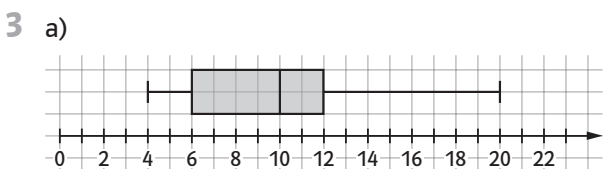
→ Die Abbildung zeigt, wie viele Aufgaben die Schülerinnen und Schüler beim VERA-Test richtig gelöst haben. Gezeigt werden die Ergebnisse der Klassen 8 a und 8 b sowie die Ergebnisse im gesamten Bundesland.

- Der Schulleiter hat dem Schaubild die folgenden Kennwerte entnommen: Minimum, unteres Quartil, Median, oberes Quartil und Maximum.
- Klasse 8 b: Minimum: 13; unteres Quartil: 22; Median: 26; oberes Quartil: 29; Maximum: 35
Land: Minimum: 0; unteres Quartil: 19; Median: 24; oberes Quartil: 29; Maximum: 43
Die Klasse 8 a hat relativ gute Ergebnisse gezeigt. Der Median liegt etwas höher als beim Landesdurchschnitt, der mittlere Teil der Klasse liegt nah beieinander, es gibt richtig gute Schülerinnen und Schüler und die schwächsten sind nicht zu schwach.
- Die Lehrkräfte können mit den Ergebnissen zufrieden sein. Bei beiden Klassen ist der Median höher als im Landesdurchschnitt. Allerdings gibt es in den Klassen keine Schülerin bzw. keinen Schüler, die/der alle Aufgaben richtig gelöst hat (Maximum 35 bzw. 38, landesweites Maximum 43).

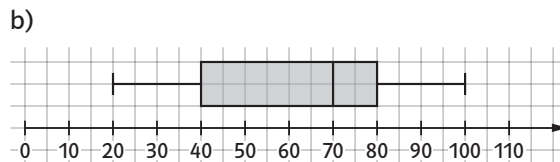
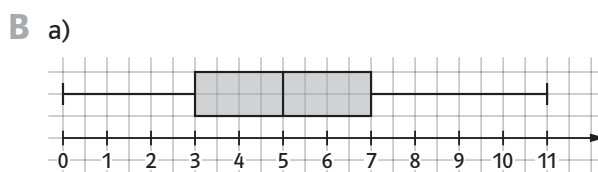
Seite 197

- 1 a) Das besondere Diagramm für die Kennwerte heißt **Boxplot**.
b) Die Box wird als **Rechteck** gezeichnet. An sie grenzen die **Antennen** an.
c) In der Box liegen mindestens **50%** der Daten.
d) Mindestens **25%** der Daten liegen links bzw. rechts von der Box.
e) Der **Boxplot** veranschaulicht die Verteilung der Daten.

2 Klasse	8 a	8 b
Minimum	0	2
unteres Quartil	3	3
Median	6	4
oberes Quartil	11	6
Maximum	12	9

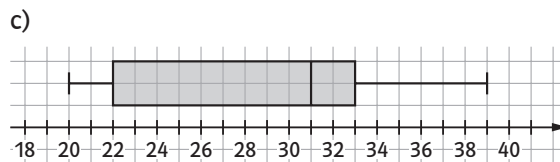
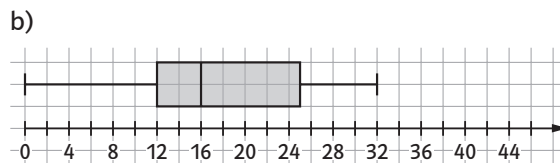
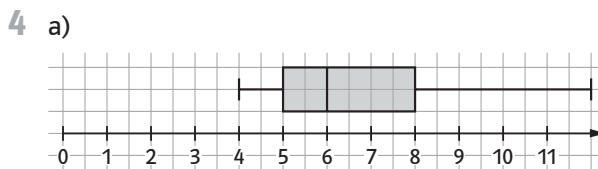


- A** Minimum: 10
unteres Quartil: 80
Median: 100
oberes Quartil: 210
Maximum: 240



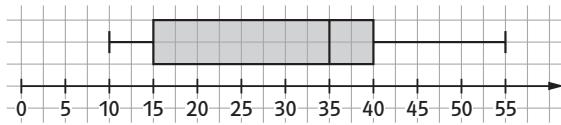
5 Boxplots Seite 198

Seite 198, links



- 5 a) Nele hat den Median und das Maximum falsch eingezeichnet: Der Median sollte bei 35 liegen und nicht bei 32,5; die rechte Antenne sollte bis 55 statt nur bis 50 reichen.

b)



6 Die beiden Boxplots unterscheiden sich nur bei den oberen Quartilen. Um die Boxplots zuordnen zu können, genügt es, das obere Quartil einer Rangliste zu berechnen.

a) $n = 11$; es ist $11 \cdot \frac{3}{4} = 8,25$, daraus folgt Rangplatz 9 und $q_3 = 12$. Boxplot (1) gehört also zu a) und Boxplot (2) zu Rangliste b).

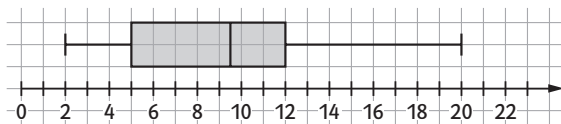
7 a) Die Aussage links ist richtig. Das Minimum ist 10, das bedeutet, dass jede Lehrkraft mindestens 10 E-Mails erhielt.

Die Aussage rechts ist nicht korrekt. Das Maximum ist 130, das bedeutet, dass niemand mehr als 130 E-Mails erhielt. Wie viele Lehrkräfte 130 E-Mails erhielten, kann man daraus nicht schließen. Richtig wäre die Aussage: „Mindestens eine Lehrkraft erhielt 130 E-Mails.“

- b) Mögliche weitere Aussagen:
 75% der Lehrkräfte haben weniger als 100 E-Mails erhalten.
 25% der Lehrkräfte haben weniger als 30 E-Mails erhalten.
 Keine Lehrkraft hat keine E-Mails erhalten.

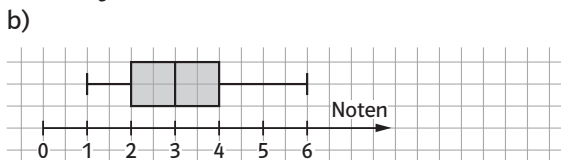
Seite 198, rechts

4 Maximum = Minimum + Spannweite
 Maximum = 2 + 18 = 20



5 a) Rangliste:
 1; 2; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 5; 5; 5; 5; 6

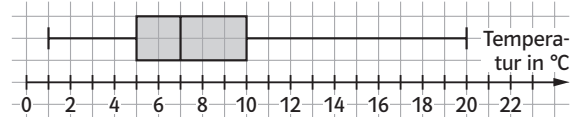
Kennwerte:
 Minimum: 1; unteres Quartil: 2; Median: 3;
 oberes Quartil: 4; Maximum: 6



c) Arithmetisches Mittel:
 $(1 + 6 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 6) : 27$
 $= 90 : 27 = 3\frac{1}{3} \approx 3,3$

Der Durchschnitt beträgt 3,3; das ist etwa um ein Drittel schlechter als der Median.

6 a) Rangliste:
 1°C; 2°C; 3°C; 3°C; 5°C; 6°C; 6°C; 6°C; 7°C; 8°C; 8°C; 9°C; 10°C; 12°C; 15°C; 19°C; 20°C
 Kennwerte:
 Minimum: 1°C; unteres Quartil: 5°C; Median: 7°C; oberes Quartil: 10°C; Maximum: 20°C
 Boxplot:

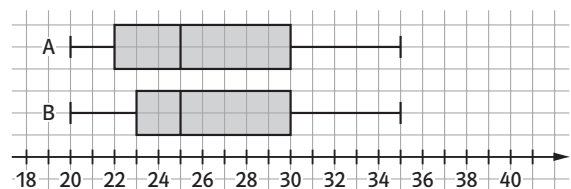


b) Zum Beispiel:

- Die rechte Antenne ist deutlich länger als die Box. Das bedeutet, die Werte zwischen dem oberen Quartil und dem Maximum sind viel breiter gestreut als die Werte in der Mitte (zwischen den beiden Quartilen). Das heißt, die höheren Temperaturen liegen viel weiter auseinander als die mittleren.
- Der Median liegt bei 7°C, also viel näher beim Minimum von 1°C als beim Maximum von 20°C. Das bedeutet, 50% der niedrigeren Temperaturen liegen nah beieinander und zwar zwischen 1°C und 7°C.
- Die Box umfasst Temperaturen zwischen 5°C und 10°C. Das bedeutet, 50% der Temperaturen liegen in diesem Bereich.

7

	A	B
Minimum	20	20
unteres Quartil	22	23
Median	25	25
oberes Quartil	30	30
Maximum	35	35



Bei beiden Listen sind Minimum, Maximum, Median und oberes Quartil gleich. Deshalb sehen die Boxplots fast gleich aus. Lediglich die Länge der linken Antennen unterscheidet sich.

- 8 Zum Beispiel:
- Die leichteste Schultasche wiegt 3,2 kg, weil das das Minimum ist.
 - Die schwerste Tasche wiegt 4,6 kg, weil das das Maximum ist.
 - Bei neun Werten liegt der Median an fünfter Stelle, also wiegt die fünftleichteste Tasche 3,6 kg.
 - Bei neun Werten liegt das untere Quartil an dritter Stelle, also wiegt die drittleichteste Tasche 3,4 kg.
 - Bei neun Werten liegt das obere Quartil an siebter Stelle, also wiegt die siebtleichteste Tasche 4,4 kg.
 - Die zweitleichteste Tasche muss zwischen 3,2 und 3,4 kg wiegen, weil sie mindestens so schwer wie das Minimum und höchstens so schwer wie das untere Quartil ist. Ebenso kann man begründen, dass die zweitschwerste Taschen zwischen 4,4 und 4,6 kg wiegt.
 - Mindestens 50% der Taschen, also 5 Taschen, wiegen zwischen 3,4 kg und 4,4 kg (Box).

Basistraining

Seite 200

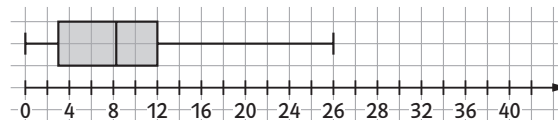
Seite 200

- 1 Stichprobe A ist nicht repräsentativ, da die Anzahl der erhobenen Daten nicht ausreichend ist. Stichprobe B ist eine repräsentative Stichprobe. Stichprobe C ist nicht repräsentativ, da die Daten nicht zufällig ermittelt wurden, sondern nur rote Autos untersucht wurden. Sie wäre repräsentativ für 10 000 rote Autos.
- 2 Das Diagramm stellt den Sachverhalt nicht angemessen dar, denn die Hochachse fängt bei 6,5 statt bei 0 an. So wirken die Erhöhungen der Ausgaben, besonders in den Jahren 2014 bis 2017, viel stärker als sie in Wirklichkeit sind. Genau diesen Eindruck möchte die Partei vermutlich erwecken.
- 3 Das Schaubild gibt den Sachverhalt nicht korrekt wieder. Vergleicht man die zwei orangefarbenen Koffer, die die Umsätze für die Jahre 2014 und 2015 wiedergeben sollen, so sieht man, dass eine Umsatzsteigerung von 1 Mrd. €, also von ca. 3,7%, durch einen Koffer von fast doppelter Größe dargestellt wird. So wird der Eindruck erweckt, dass die Steigerung viel größer ist als in Wirklichkeit.

- 4 a) Rangliste Mädchen:
1150 m; 1450 m; 1625 m; 1725 m; 1750 m;
1750 m; 1800 m; 1950 m; 2550 m
Rangliste Jungen:
1800 m; 1975 m; 2050 m; 2050 m; 2350 m;
2400 m; 2550 m; 2650 m; 2725 m
b)

	Mädchen	Jungen
Minimum	1150 m	1800 m
unteres Quartil	1625 m	2050 m
Median	1750 m	2350 m
oberes Quartil	1800 m	2550 m
Maximum	2550 m	2725 m

- 5 a) Rangliste: 0; 2; 3; 6; 8; 9; 12; 12; 17; 26
b) Minimum: 0; Maximum: 26
Spannweite: 26 Median: 8,5
c) Unteres Quartil: 3; Oberes Quartil: 12
Quartilabstand: 9
d)



- e) Arithmetisches Mittel:
 $(0 + 2 + 3 + 6 + 8 + 9 + 12 + 12 + 17 + 26) : 10 = 9,5$
f) Die Stichprobe ist repräsentativ für die Jugendlichen unten den Büchereibesuchern.

- 6 a)

	(1)	(2)
Minimum	6	2
unteres Quartil	10	5
Median	16	8
oberes Quartil	18	18
Maximum	24	20
Spannweite	18	18

- b) In beiden Boxplots beträgt die Spannweite 18. In beiden Boxplots sind die Daten ungleichmäßig verteilt: Während im Boxplot (1) der rechte Teil der Box der kürzeste Bereich ist, ist dies im Boxplot (2) der linke Teil der Box. Dies sind also die Bereiche, in denen die Daten am engsten beieinander liegen. Im Boxplot (1) sind der linke Teil der Box und die rechte Antenne gleich lang. Gleichlange Bereiche gibt es dagegen im Boxplot (2) nicht.