3 Rechnen mit dem Dreisatz

Bei einem Schulfest soll Saftschorle verkauft werden. Im letzten Jahr waren 500 Besucher auf dem Fest und es wurden 300 Liter Saftschorle verkauft. In diesem Jahr rechnet man mit 700 Besuchern. Wie viel Saft und wie viel Mineralwasser sollte man kaufen?

Bisher wurden Muster und Abhängigkeiten untersucht. Diese wurden mit Worten und, falls möglich, mithilfe von Termen beschrieben. Bei bestimmten Abhängigkeiten genügt es, ein Paar zusammengehöriger Größenangaben zu kennen, um weitere Werte berechnen zu können. Hierfür kann man ein Rechenverfahren verwenden, das man Dreisatz nennt.

Je-mehr-desto-mehr-Dreisatz
Wenn man weiß, dass 500 g Kirschen in einem Geschäft 1,80 € kosten, kann man ausrechnen, wie viel z. B. 400 g Kirschen kosten. Bei einem Dreisatz rechnet man zunächst ein Zwischenergebnis aus, das sich leicht berechnen lässt und für die Lösung der Aufgabe hilfreich ist. In diesem Fall kann man z. B. zunächst ausrechnen, was 100 g Kirschen kosten.

Der Preis lässt sich auf diese Weise berechnen, weil man davon ausgeht, dass doppelt so viele, dreimal so viele usw. Kirschen immer das Doppelte, das Dreifache usw. kosten.

	Gewicht	Preis		
	500 g	1,80 €		*500 g Kirschen kosten 1,80 €.*
: 5	100 g	0,36 €	: 5	*100 g Kirschen kosten 0,36 €.*
· 4	400 g	1,44 €	· 4	*400 g Kirschen kosten 1,44 €.*

Je-mehr-desto-weniger-Dreisatz
Wenn man weiß, dass bei einer Aufteilung einer Flasche Saft auf vier Gläser in jedem Glas 250 ml Inhalt sind, kann man ausrechnen, wie viel Saft man pro Glas bei Aufteilung auf fünf Gläser abfüllen kann. Man kann hierbei zunächst als Zwischenergebnis ausrechnen, wie viel Saft man in ein einziges Glas füllen könnte.

Die Rechnung kann auf diese Weise durchgeführt werden, weil man davon ausgeht, dass alle Gläser genau mit der gleichen Menge Saft befüllt werden.

	Gläser	Volumen		
	4	250 ml		*Bei vier Gläsern sind 250 ml in einem Glas.*
: 4	1	1000 ml	· 4	*In der Flasche sind 1000 ml.*
· 5	5	200 ml	: 5	*Bei fünf Gläsern sind 200 ml in einem Glas.*

Je-mehr-desto-mehr-Dreisatz
Wenn dem Doppelten, Dreifachen, … der ersten Größe jeweils das Doppelte, Dreifache, … der zweiten Größe zugeordnet wird, kann man wie folgt rechnen:

	Gewicht des Obstes	zu zahlender Preis	
	3 kg	6 €	
: 3	1 kg	2 €	: 3
· 4	4 kg	8 €	· 4

Je-mehr-desto-weniger-Dreisatz
Wenn dem Doppelten, Dreifachen, … der ersten Größe jeweils die Hälfte, ein Drittel, … der zweiten Größe zugeordnet wird, kann man wie folgt rechnen:

	Personen, die sich einen Kuchen teilen	Kuchenmenge pro Person	
	4	500 g	
: 4	1	2000 g	· 4
· 10	10	200 g	: 10

Abbildungen: Getty Images (Cultura/Judith Haeusler), München

Seite aus: Lambacher Schweizer Nordrhein-Westfalen Mathematik 6 – G9
ISBN: 978-3-12-733861-4

Bevor man mit einem Dreisatz rechnet, muss man stets prüfen, ob diese Rechnung sinnvoll ist. Wenn man z. B. weiß, dass ein Kind mit 6 Jahren 1,20 m groß ist, dann lässt sich die zu erwartende Größe des Kindes mit 8 Jahren nicht mit einem Dreisatz berechnen. Hierfür müsste sich bei Verdopplung des Alters auch die Körpergröße verdoppeln. Dies ist offensichtlich nicht der Fall, denn das Kind wäre dann mit 12 Jahren 2,40 m groß.

Beispiel **Dreisatz anwenden**

Gib an, welche Voraussetzung erfüllt sein muss, damit ein Dreisatz anwendbar ist. Berechne unter dieser Voraussetzung die gesuchten Werte mithilfe des passenden Dreisatzes.

a) Für ein Konzert wurden 250 Tickets verkauft. Die Einnahmen hierfür betragen 3750 €. Ermittle, wie hoch die Einnahmen bei 300 verkauften Tickets wären.

b) Drei Fensterputzer benötigen zum Putzen der Scheiben eines Gebäudes 12 Stunden. Bestimme, wie lang zwei Fensterputzer dafür brauchen.

Lösung

a) Voraussetzung: Alle Karten kosten gleich viel. Unter dieser Voraussetzung kann man die Aufgabe mit einem Je-mehr-desto-mehr-Dreisatz lösen.

	verkaufte Karten	Einnahmen	
	250	3750 €	
: 5	50	750 €	: 5
· 6	300	4500 €	· 6

Unter der Voraussetzung, dass alle Tickets gleich viel kosten, hätte man bei 300 verkauften Karten 4500 € eingenommen.

b) Voraussetzung: Alle Arbeiter putzen gleich schnell. Unter dieser Voraussetzung kann man die Aufgabe mit einem Je-mehr-desto-weniger-Dreisatz lösen.

	Anzahl der Arbeiter	benötigte Zeit	
	3	12 h	
: 3	1	36 h	· 3
· 2	2	18 h	: 2

Unter der Voraussetzung, dass alle Fensterputzer gleich schnell arbeiten, brauchen zwei Fensterputzer 18 Stunden.

Den Je-mehr-desto-mehr-Dreisatz könnte man auch Je-weniger-desto-weniger-Dreisatz nennen.

Den Je-mehr-desto-weniger-Dreisatz könnte man auch Je-weniger-desto-mehr-Dreisatz nennen.

Aufgaben

○ **1** Übertrage die Tabelle in dein Heft und bestimme die fehlenden Größen mithilfe eines Je-mehr-desto-mehr-Dreisatzes. Ergänze auch die Rechenschritte neben der Tabelle.

a)

Gewicht	Preis
50 g	1,50 €
10 g	
30 g	

b)

Weg	Zeit
5 km	20 min
3 km	

c)

Anzahl	Gewicht
4	200 g
15	

○ **2** Übertrage die Tabellen in dein Heft und bestimme die fehlenden Größen mithilfe eines Je-mehr-desto-weniger-Dreisatzes. Ergänze auch die Rechenschritte neben der Tabelle.

a)

Volumen pro Becher	Becherzahl
0,3 l	150
0,1 l	
0,2 l	

b)

Geschwindigkeit	benötigte Zeit
20 km/h	3 h
15 km/h	

c)

Arbeiter	benötigte Zeit
3	30 h
2	

○ **3** Berechne mithilfe eines Je-mehr-desto-mehr-Dreisatzes.

a) Sieben Brötchen kosten 2,10 €. Wie viel kosten acht Brötchen?

b) Fünf Wasserflaschen wiegen 7,5 kg. Wie viel wiegen vier dieser Flaschen?

c) Ein Eimer mit 30 Litern Farbe reicht für 50 m². Wie viel benötigt man für 120 m²?

Seite aus: Lambacher Schweizer Nordrhein-Westfalen Mathematik 6 – G9
ISBN: 978-3-12-733861-4

○ **4** Berechne mithilfe eines Je-mehr-desto-weniger-Dreisatzes.
a) Für den Schulweg braucht Pia 15 min bei einer Geschwindigkeit von 5 km/h. Wie lang braucht sie bei einer Geschwindigkeit von 6 km/h?
b) Eine Bäckerei stellt aus einer Lieferung Teig 1000 Brötchen mit einem Gewicht von jeweils 40 g her. Wie viele 50 g schwere Brötchen könnte man backen?
c) Ein achtseitiger Text enthält pro Seite 2500 Zeichen. Wie viele Seiten bräuchte man, um den Text abzudrucken, wenn auf einer Seite 2000 Zeichen stehen sollen?

○ **5** Berechne mithilfe eines Dreisatzes.
a) Aus einem Wasserhahn fließen in 40 Sekunden 12 Liter Wasser. Wie viel Wasser fließt in 50 Sekunden aus dem Hahn?
b) Aus einer Regentonne lässt sich eine Gießkanne mit je 10 Litern Inhalt 30-mal befüllen. Wie oft könnte man mit diesem Wasser eine Kanne mit 15 Litern Inhalt befüllen?

Teste dich!

Lösungen, Seite 288

○ **6** Berechne mithilfe eines Dreisatzes.
a) 100 g Marmelade enthalten 58 g Zucker. Wie viel Zucker enthalten 150 g der Marmelade?
b) Wenn man ein Brot in 8 mm dicke Scheiben schneidet, erhält man 30 Scheiben. Wie viele Scheiben erhält man, wenn diese 10 mm dick sind?

◒ **7** SP Gib an, welche Voraussetzung erfüllt sein muss, damit ein Dreisatz anwendbar ist. Berechne unter dieser Voraussetzung die gesuchten Werte mithilfe des passenden Dreisatzes.
a) Tim schält in 30 Sekunden drei Kartoffeln. Wie lange braucht er für 20 Kartoffeln?
b) Der Futtervorrat für zwei Kaninchen reicht für 6 Tage. Wie lange würde der Vorrat reichen, wenn man drei Kaninchen hätte?
c) Jasmin braucht bei einer Fahrradtour 3 Stunden für 45 km. Wie lang braucht sie für eine Tour, die 75 km lang ist?

Lerntipp
Seite 219, Beispiel

◒ **8** Amy meint: „Beim Dreisatz kann ich als Zwischenschritt immer über die 1 gehen, aber oft sind andere Zwischenschritte besser.“ Erläutere Amys Überlegung anhand von Beispielen.

◒ **9** Zwei Fliesenleger brauchen für das Verlegen der Fliesen in einem Badezimmer zusammen acht Stunden. Fritzi behauptet: „Also brauchen acht Fliesenleger für die gleiche Arbeit zwei Stunden.“ Antonia ist nicht einverstanden. Erläutere, wie sie argumentieren könnte.

◒ **10** SP **Finde den Fehler!**
Beschreibe, was falsch gemacht wurde. Bestimme anschließend die richtige Lösung.

a) Gegeben: Auf dem Markt kauft Herr Bio 3 Kilogramm Kartoffeln für 4,50 Euro.

Gewicht	Preis
3 kg	4,50 Euro
1 kg	1,50 Euro
7 kg	9,50 Euro

Antwort: Herr Bio muss für 7 kg Kartoffeln 9,50 Euro bezahlen.

b) Gegeben: Bei einer Geschwindigkeit von 6 km/h braucht Tim 12 Minuten für seinen Schulweg.

Geschwindigkeit	Dauer
6 km/h	12 Minuten
1 km/h	2 Minuten
8 km/h	16 Minuten

Mit 8 km/h braucht Tim 16 Minuten.

c) Gegeben: 20 Musiker brauchen für ein Musikstück ungefähr 15 Minuten.

Musiker	Dauer
20	15 Minuten
10	30 Minuten
30	10 Minuten

Antwort: 30 Musiker brauchen für das Stück 10 Minuten.

Wortliste
- dividieren
- multiplizieren
- Voraussetzung
- Zusammenhang
- anwenden

Abbildungen: stock.adobe.com (schulzie), Dublin
Seite aus: Lambacher Schweizer Nordrhein-Westfalen
Mathematik 6 – G9
ISBN: 978-3-12-733861-4

11 2 kg Erdbeeren kosten 7 €. Alessia behauptet: „Um auszurechnen, was 3 kg, 4 kg, 5 kg und 6 kg Erdbeeren kosten, muss ich viermal eine Dreisatzrechnung durchführen“.
Yuna meint: „Es reicht, den Dreisatz einmal durchzuführen und auszurechnen, was x kg kosten. Man erhält dann eine Formel, mit der man alle Preise ausrechnen kann.“
Bestimme eine solche Formel und berechne die gesuchten Preise.

Gewicht (in kg)	Preis
2	7 Euro
x	

12 Erfinde zu den abgebildeten Rechenverfahren eine passende Sachaufgabe und gib die Lösung zu deiner Aufgabe an.

a)

1. Größe	2. Größe
7	□
1	$\frac{□}{7}$
3	$\frac{□}{7} \cdot 3$

b)

1. Größe	2. Größe
3	8
1	$\frac{8}{3}$
□	$\frac{8}{3} \cdot □$

c)

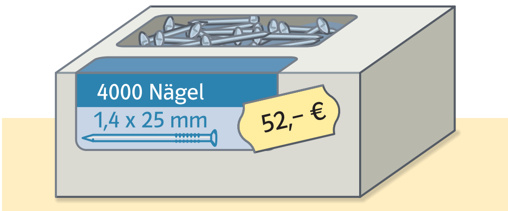
1. Größe	2. Größe
□	7
1	$\frac{7}{□}$
8	$\frac{7}{□} \cdot 8$

Teste dich!

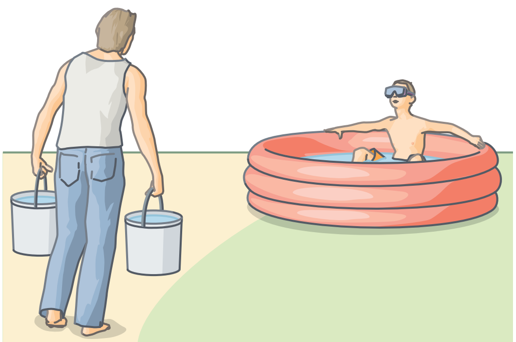
→ **Lösungen**, Seite 288

13 Gib an, welche Voraussetzung erfüllt sein muss, damit ein Dreisatz anwendbar ist. Berechne unter dieser Voraussetzung die gesuchten Werte mithilfe des passenden Dreisatzes.
a) Yusuf löst in 15 Minuten 5 Matheaufgaben. Wie lange braucht er für 13 Aufgaben?
b) Um ein Schwimmbecken leer zu pumpen, benötigen 2 Pumpen 6 Stunden. Wie lange braucht man, wenn 3 Pumpen zur Verfügung stehen?

14 Schreiner Hobel rechnet: „Wenn 4000 Nägel 52 € kosten, kostet ein Nagel 52 € : 4000 = 0,013 €. Ich müsste für einen Nagel 1 Cent bezahlen. Dann kosten 5000 Nägel 50 €. Moment mal, dann wäre die Packung mit 5000 Nägeln ja billiger als die mit 4000?“ Was stimmt hier nicht? Erkläre.



15 Ein Vater möchte für seinen Sohn ein Planschbecken mit einer Grundfläche von 160 dm² mit Eimern 21 cm hoch füllen. Die Eimer haben eine Grundfläche von 700 cm² und wurden 30 cm hoch gefüllt.
a) Ermittle, wie oft der Vater mit zwei Eimern in der Hand laufen muss.
b) Nachdem der Vater 2-mal gelaufen ist, half der größere Bruder mit, trug jedoch nur einen Eimer. Ermittle, wie oft sie noch laufen müssen.



Teste dein Grundwissen! Arithmetrisches Mittel und Median berechnen

→ **Grundwissen**, Seite 202
Lösungen, Seite 288

G **16** **a)** Berechne das arithmetische Mittel und den Median der Zahlenliste.
b) Wie ändern sich die Werte aus Teilaufgabe a), wenn man den Wert 10,2 durch 11,0 ersetzt? Erläutere deine Antwort.

1,8	2,4	2,6	3,0	5,0	6,2	8,8	10,2

Abbildungen: Uwe Alfer, Kråksmåla, Alsterbro
Seite aus: Lambacher Schweizer Nordrhein-Westfalen Mathematik 6 – G9
ISBN: 978-3-12-733861-4

c)

x	$10 \cdot x - 10$
1	0
2	10
5	40
10	90
20	190
50	490
100	990

d)

x	$3 + 3 \cdot x$
1	6
2	9
5	18
10	33
20	63
50	153
100	303

5
a) Der Term beschreibt die Zahlenfolge richtig.
b) Der Term liefert schon für die eingesetzte 1 einen falschen Wert.

Seite 217

11
a) $n \cdot 3 + 2$ 182 gehört zur Zahlenfolge, da $60 \cdot 3 + 2 = 182$.
b) $n \cdot 4 + 2$ 182 gehört zur Zahlenfolge, da $45 \cdot 4 + 2 = 182$.

12
a) n beschreibt die Länge des Musters: $n \cdot 3 + 2$
b) Man braucht also $100 \cdot 3 + 2 = 302$ Streichhölzer, um das Muster der Länge 100 zu legen.

G **15**
Lea trifft mit einer Quote von $\frac{15}{24}$, Tim mit $\frac{22}{33} = \frac{2}{3}$.
Da $\frac{16}{24}$ einer Quote von $\frac{2}{3}$ entsprechen würden, liegt Leas Trefferquote etwas niedriger als Tims.

Seite 220

6
a) 100 g der Marmelade enthalten 58 g Zucker. Also enthalten 50 g Marmelade 29 g Zucker. In 150 g Marmelade sind $3 \cdot 29\,g = 87\,g$ Zucker enthalten.
b) Man erhält 30 Scheiben mit 8 mm Dicke. Man bekäme also 120 Scheiben mit 2 mm Dicke oder 24 Scheiben mit 10 mm Dicke.

Seite 221

13
a) Wenn Yusuf für alle Aufgaben gleich lang braucht, dann lässt sich ein Je-mehr-desto-mehr-Dreisatz anwenden: In 15 Minuten 5 Matheaufgaben, in 3 Minuten 1 Aufgabe, in 39 Minuten 13 Aufgaben.
Unter der Voraussetzung, dass Yusuf für alle Aufgaben gleich lang braucht, könnte er die 13 Aufgaben in 39 Minuten lösen.
b) Wenn alle Pumpen gleich stark sind, kann man einen Je-mehr-desto-weniger-Dreisatz anwenden: 2 Pumpen brauchen 6 Stunden. 1 Pumpe würde 12 Stunden brauchen, also brauchen 3 Pumpen 4 Stunden.
Unter der Voraussetzung, dass alle Pumpen gleich stark sind, wäre das Becken mit drei Pumpen in vier Stunden leer.

G **16**
a) arithmetisches Mittel:
$(1{,}8 + 2{,}4 + 2{,}6 + 3{,}0 + 5{,}0 + 6{,}2 + 8{,}8 + 10{,}2) : 8$
$= 40 : 8 = 5$
Median: 4,0
b) Der Median ändert sich nicht, wenn man den größten Wert ändert. Das arithmetische Mittel wird größer:
$(1{,}8 + 2{,}4 + 2{,}6 + 3{,}0 + 5{,}0 + 6{,}2 + 8{,}8 + 11) : 8$
$= 40{,}8 : 8 = 5{,}1$

Seite 224

4

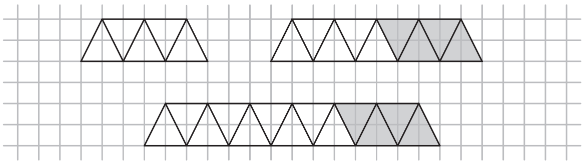
Zeit (in h)	0	1	2	3	4	5
Temperatur (in °C)	100	60	40	30	~23	20

Seite 226

11
a) Bei 110 km/h verbraucht der Wagen durchschnittlich 4 l/100 km.
b) individuelle Lösung, zum Beispiel:
Bei niedrigen Geschwindigkeiten ist der Verbrauch recht hoch, zum Beispiel verbraucht der Wagen bei 20 km/h 6 l auf 100 km. Bei mittleren Geschwindigkeiten ist der Verbrauch geringer, bei 60 km/h nur 3 l auf 100 km. Bei höheren Geschwindigkeiten steigt der Verbrauch wieder, bei 140 km/h liegt er schon wieder bei 5 l auf 100 km.

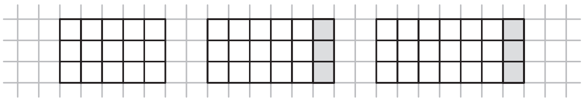
Seite aus: Lambacher Schweizer Nordrhein-Westfalen
Mathematik 6 – G9
ISBN: 978-3-12-733861-4

b)



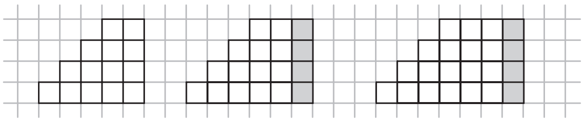
Der Term $11 + 8 \cdot x$ zählt die Gesamtanzahl der Striche zum Zeichnen der Muster. x gibt die Anzahl der Muster an, die zum ersten Muster hinzukommen. (Grau unterlegt das Muster, das zum vorhergehenden hinzukommt.)

c)



Der Term $15 + 3 \cdot x$ zählt die Gesamtanzahl der Kästchen der Muster. x gibt die Anzahl der 3er-Kästchen an, die zum ersten Muster hinzukommen. (Grau unterlegt das Muster, das zum vorhergehenden hinzukommt.)

d)



Der Term $6 + 4 \cdot x + 8$ zählt die Gesamtanzahl der Kästchen der Muster. x gibt die Anzahl der 4er-Kästchen an, die zum ersten Muster hinzukommen. (Grau unterlegt das Muster, das zum vorhergehenden hinzukommt.)

13

Peter hat im Prinzip recht. $x \cdot 3$ beschreibt, dass sich das x. Folgeglied nach der Startzahl berechnen lässt mit „Startzahl + $x \cdot 3$". Da der Term „$x \cdot 3$" aber gleichwertig ist z. B. zum Term „$3 \cdot x$" oder „$x + x + x$" oder „$2 \cdot x + x$", muss formal im beschreibenden Term nicht zwangsläufig „$x \cdot 3$" auftauchen.

14

a)

	6 + x + x	
2 + x		4 + x
2	x	4

In der Spitze der Zahlenmauer steht der Term $6 + x + x$.

Zahl	2	4	6	8	…
Wert in der Spitze	10	14	18	22	…

Es ergibt sich in der Spitze die Zahlenreihe:

$10 \xrightarrow{+4} 14 \xrightarrow{+4} 18 \xrightarrow{+4} 22 \xrightarrow{+4} 26 \xrightarrow{+4} 30$ …

b) Bei der 3-er Reihe erhält als Zahlenfolge in der Spitze:

$12 \xrightarrow{+6} 18 \xrightarrow{+6} 24 \xrightarrow{+6} 30 \xrightarrow{+6} 36 \xrightarrow{+6}$ …

Bei der 4-er Reihe erhält als Zahlenfolge in der Spitze:

$14 \xrightarrow{+8} 22 \xrightarrow{+8} 30 \xrightarrow{+8} 38 \xrightarrow{+8} 46 \xrightarrow{+8}$ …

Bei der 5-er Reihe erhält als Zahlenfolge in der Spitze:

$16 \xrightarrow{+10} 26 \xrightarrow{+10} 36 \xrightarrow{+10} 46 \xrightarrow{+10} 56 \xrightarrow{+10}$ …

3 Rechnen mit dem Dreisatz

Seite 218

Einstiegsaufgabe

Man geht davon aus, dass sich das Trinkverhalten der Besucher des Schulfestes gegenüber dem vorherigen Jahr nicht geändert hat und jeder Besucher im Durchschnitt gleich viel konsumiert.
Man rechnet: Wenn man für 500 Besucher 300 Liter Saftschorle benötigt, so sind es bei 100 Besuchern 300 : 5 Liter = 60 Liter. Bei 700 Besuchern wären es dann $7 \cdot 60$ Litern = 420 Liter Saftschorle. Mischt man die Saftschorle 1:1 im Verhältnis Saft zu Mineralwasser, so sollte man je 210 Liter Apfelsaft und Mineralwasser einkaufen. Zur Sicherheit wird man wohl von beidem etwas mehr vorrätig halten.

Seite 219

1

a)

	Gewicht	Preis	
	50 g	1,50 €	
:5	10 g	**0,30 €**	:5
·3	30 g	**0,90 €**	·3

b)

	Weg	Zeit	
	5 km	20 min	
:5	**1 km**	**4 min**	:5
·3	3 km	**12 min**	·3

c)

	Anzahl	Gewicht	
	4	200 g	
:4	**1**	**50 g**	:4
·15	15	**750 g**	·15

2

a)

	Volumen pro Becher	Becherzahl	
	0,3 l	150	
:3	0,1 l	**450**	·3
·2	0,2 l	**225**	:2

b)

	Geschwindigkeit	benötigte Zeit	
	20 km/h	3 h	
:4	**5 km/h**	**12 h**	·4
·3	15 km/h	**4 h**	:3

c)

	Arbeiter	benötigte Zeit	
	3	30 h	
:3	**1**	**90 h**	·3
·2	2	**45 h**	:2

3

a)

	Anzahl Brötchen	Preis	
	7	2,10 €	
:7	1	0,30 €	:7
·8	8	2,40 €	·8

8 Brötchen kosten 2,40 €.

Abbildungen: imprint, Zusmarshausen

Seite aus: Lambacher Schweizer Nordrhein-Westfalen
Mathematik 6 – G9 Lösungen
ISBN: 978-3-12-733863-8

b)

	Anzahl Wasserflaschen	Gewicht	
:5	5	7,5 kg	:5
· 4	1	1,5 kg	· 4
	4	6,0 kg	

4 Wasserflaschen wiegen 6,0 kg.

c)

	Fläche	Liter Farbe	
:5	50 m²	30 l	:5
· 12	10 m²	6 l	· 12
	120 m²	72 l	

Für 120 m² benötigt man 72 l Farbe. Hat man nur 30 l-Farbeimer zur Verfügung, benötigt man 3 Eimer.

Seite 220

4

a)

	Geschwindigkeit	Zeit	
:5	5 km/h	15 min	· 5
· 6	1 km/h	75 min	:6
	6 km/h	12,5 min	

Bei einer Geschwindigkeit von 6 km/h braucht Pia 12,5 Minuten = 12 Minuten und 30 Sekunden für ihren Schulweg.

b)

	Gewicht	Anzahl Brötchen	
:4	40 g	1000	· 4
· 5	10 g	4000	:5
	50 g	800	

Mit der Lieferung Teig könnte man 800 Brötchen à 50 g backen.

c)

	Anzahl Zeichen	Anzahl Seiten	
:5	2500	8	· 5
· 4	500	40	:4
	2000	10	

Bei 2000 Zeichen pro Seite benötigt man für den Text 10 Seiten.

5

a) Man rechnet mit einem Je-mehr-desto-mehr-Dreisatz.
In 40 s → 12 l Wasser
in 10 s → 3 l Wasser
in 50 s → 15 l Wasser
In 50 Sekunden fließen 15 Liter aus dem Wasserhahn.

b) Man rechnet mit einem Je-mehr-desto-weniger-Dreisatz.
10 l Gießkanne → 30 Gießkannen
5 l Gießkanne → 60 Gießkannen
15 l Gießkanne → 20 Gießkannen
Mit dem Wasser der Regentonnen lässt sich eine Gießkanne mit 15 l Fassungsvermögen 20-mal befüllen.

7

a) Man rechnet mit einem Je-mehr-desto-mehr-Dreisatz.
Voraussetzung: Tim braucht für jede Kartoffel die selbe Zeit (z. B. wenn die Kartoffeln alle gleich groß sind).
3 Kartoffeln → 30 s
1 Kartoffel → 10 s
20 Kartoffeln 200 s
Tim braucht zum Schälen von 20 Kartoffeln 200 Sekunden = 3 Minuten und 20 Sekunden.
(Anmerkung: Die Zeitangaben sind unrealistisch.)

b) Je-mehr-desto-weniger-Dreisatz. Voraussetzung: Die Kaninchen essen alle gleich viel je Tag.
2 Kaninchen → Futtervorrat für 6 Tage
1 Kaninchen → Futtervorrat für 12 Tage
3 Kaninchen → Futtervorrat für 4 Tage
Der Futtervorrat reicht für 3 Kaninchen für 4 Tage.

c) Man rechnet mit einem Je-mehr-desto-mehr-Dreisatz.
Voraussetzung: Jasmin fährt je Stunde gleich weit.
45 km → 3 h
15 km → 1 h
75 km → 5 h
Jasmin braucht für 75 km 5 Stunden.

8

individuelle Lösung, zum Beispiel:
Der Zwischenschritt über die 1 ist immer möglich. Manchmal ergeben sich dadurch aber sehr große, sehr kleine oder auch ungünstige Kommazahlen, mit denen man einen höheren Rechenaufwand hat. Um von 100 auf 150 umzurechnen, ist es meist geschickter zunächst auf 50 (geteilt durch 2) und dann auf 150 (mal 3) umzurechnen. Oder, um von 49 auf 35 umzurechnen, kann es einfacher sein auszunutzen, dass beide Zahlen Vielfache von 7 sind.
Beispiele, in denen nicht über die 1 gegangen wurde, findet man bei den Lösungen von Aufgabe 1 a), 2 a) und 2 b), 3 c), 4 b) und 4 c), 5 a) und 5 b) sowie 7 c).

9

Fritz rechnet mit dem Je-mehr-desto-weniger-Dreisatz. Er setzt dabei voraus, dass die Arbeitsleistung jedes Fliesenlegers gleich und von äußeren Umständen unabhängig ist. Dies ist jedoch beim Verlegen von Fliesen bei 8 Fliesenlegern in einem Badezimmer zu bezweifeln, da diese sich in einem kleinen Raum wohl gegenseitig im Wege stehen und behindern und nicht mehr so effizient arbeiten können wie 2 Fliesenleger.

10

a) Beim 2. Schritt der Rechnung muss 1,50 Euro mit 7 multipliziert werden. Das Ergebnis ist nicht 9,50 Euro sondern 10,50 Euro. Für 7 kg Kartoffeln muss Herr Bio 10,50 Euro bezahlen.

b) Es wurde der Je-mehr-desto-mehr-Dreisatz angewendet. Aus dem Zusammenhang wird aber deutlich, dass der Je-mehr-desto-weniger-Dreisatz angewendet werden muss:
6 km/h → 12 min
1 km/h → 72 min
8 km/h → 9 min
Mit 8 km/h braucht Tim 9 Minuten für den Schulweg.

Seite aus: Lambacher Schweizer Nordrhein-Westfalen
Mathematik 6 – G9 Lösungen
ISBN: 978-3-12-733863-8

c) Es wurde mit einem Dreisatz gerechnet. Die Voraussetzungen sind jedoch weder für einen Je-mehr-desto-mehr-Dreisatz noch für einen Je-mehr-desto-weniger-Dreisatz gegeben.
Die Dauer eines Musikstücks ist unabhängig von der Anzahl der Musiker, die dabei mitspielen.

Seite 221

11
Wenn 2 kg Erdbeeren 7 € kosten, so kostet 1 kg Erdbeeren 3,50 €. Mit der Formel $y = 3{,}50 \cdot x$ kann man für jede Kilogrammangabe x den Preis direkt ausrechnen.
Bei 5 kg z. B. $3{,}50 \cdot 5 = 17{,}50$; 5 kg Erdbeeren kosten 17,50 €.

12
individuelle Lösung, zum Beispiel:

a) 7 Zementsäcke wiegen 350 kg. Wie viel wiegen 3 Zementsäcke?
7 Zementsäcke ⟶ 350 kg
1 Zementsack ⟶ $\frac{350}{7}$ kg
3 Zementsäcke ⟶ $\frac{350}{7} \cdot 3$ kg
3 Zementsäcke wiegen 150 kg.

b) Ein Mittelstreckenläufer braucht für 3 km 8 Minuten; er läuft die Strecke in gleichmäßigem Tempo.
Wie weit ist er in 1,5 Minuten gelaufen?
3 Minuten ⟶ 8 km
1 Minute ⟶ $\frac{8}{3}$ km
1,5 Minuten ⟶ $\frac{8}{3} \cdot 1{,}5\,\text{km} = \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{2}\,\text{km} = 4\,\text{km}$
In 1,5 Minuten ist der Läufer 4 km weit gelaufen.

c) 2 Kinder zahlen 7 € Eintritt in den Zoo. Wie viel müssen 8 Kinder bezahlen, wenn es keine Gruppenermäßigung gibt?
2 Kinder ⟶ 7 €
1 Kind ⟶ $\frac{7}{2}$ €
8 Kinder ⟶ $\frac{7}{2} \cdot 8\,€ = 3{,}50\,€ \cdot 8 = 28\,€$
8 Kinder zahlen 28 €.
Der Eintritt in den Zoo kostet für 8 Kinder 28 €.

14
Schreiner Hobel geht davon aus, dass er einen einzelnen Nagel kaufen kann. Er errechnet den Preis richtig mit $52\,€ : 4000 = 0{,}013\,€ = 1{,}3$ Cent und denkt sich, da es nur ganze Cent-Preise gibt, dass er dafür 1 Cent zu bezahlen hätte (er hat abgerundet). 5000 Nägel würden demnach 50 € kosten. Bei großen Stückmengen würde sich ein Kaufmann jedoch schlecht stellen, wenn er einen errechneten Stückpreis mathematisch abrunden und dann mit einer großen Zahl vervielfachen würde. Im genannten Beispiel muss man davon ausgehen, dass mit den exakten Zahlen gerechnet wird: $5000 \cdot 0{,}013\,€ = 65\,€$.

Ähnlich verhält es sich an Tankstellen, wo der Literpreis in Euro meist mit 3 Stellen hinter dem Komma angeben wird. Im Bankwesen werden Wechselkurse in Euro mit weit mehr als 3 Stellen hinter dem Komma notiert (siehe z. B. die tagesaktuellen Wechselkurse Euro zu Dollar).

15
Wassermenge des gefüllten Planschbeckens:
$160\,\text{dm}^2 \cdot 21\,\text{cm} = 16\,000\,\text{cm}^2 \cdot 21\,\text{cm}$
$= 336\,000\,\text{cm}^3 = 336$ Liter.
Wassermenge eines gefüllten Eimers:
$700\,\text{cm}^2 \cdot 30\,\text{cm} = 21\,000\,\text{cm}^3 = 21$ Liter.

a) Mit zwei Eimern in der Hand muss der Vater $336 : 42 = 8$ mal laufen.

b) Nach zweimal Laufen müssen noch 336 Liter − 84 Liter = 252 Liter ein gefüllt werden.
Zu zweit füllen Vater und Bruder bei jedem Gang 42 Liter + 21 Liter = 63 Liter ein.
$252 : 63 = 4$. Vater und Bruder müssen jetzt noch 4-mal laufen.

4 Abhängigkeiten grafisch darstellen

Seite 222

Einstiegsaufgabe
Im Diagramm wird die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt und nicht das Höhenprofil der gefahrenen Strecke.

Seite 224

1
1: Um 8 Uhr morgens betrug die Lufttemperatur bereist 7 °C ⟶ Buchstabe L
2: Um 20 Uhr lag die Lufttemperatur bei 10 °C ⟶ Buchstabe A
3: Ab 16 Uhr ging die Temperatur wieder zurück ⟶ Buchstabe T
4: Die Höchsttemperatur des Tages lag bei 11 °C ⟶ Buchstabe S
Lösungswort: FERIEN

2

Zeit (in h)	1	2	3	4	5	6	7
Wasserstand (in cm)	25	50	75	100	125	150	175

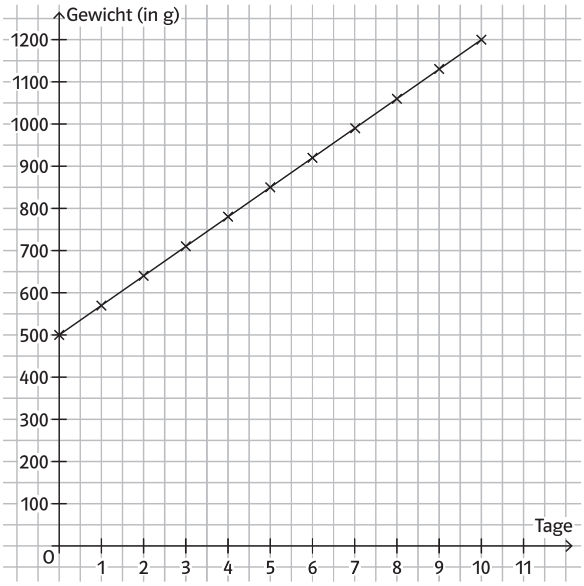
3
a) siehe Tabelle unten

Tabelle zu Seite 224, Aufgabe 3 a)

Alter (in Tagen)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gewicht (in kg)	500	570	640	710	780	850	920	990	1060	1130	1200

Seite aus: Lambacher Schweizer Nordrhein-Westfalen
Mathematik 6 – G9 Lösungen
ISBN: 978-3-12-733863-8

b) (andere Skalierung als im Schulbuch vorgeschlagen: 1 Tag ≙ 2 Karokästchen)



Seite 225

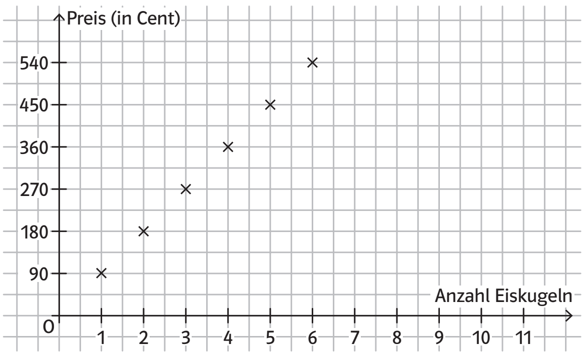
5

a)

Anzahl Eiskugeln	1	2	3	4	5	6
Preis (in ct)	90	180	270	360	450	540

b) Der Term $90 \cdot x$ gibt den Preis für x Eiskugeln in Cent an.

c)

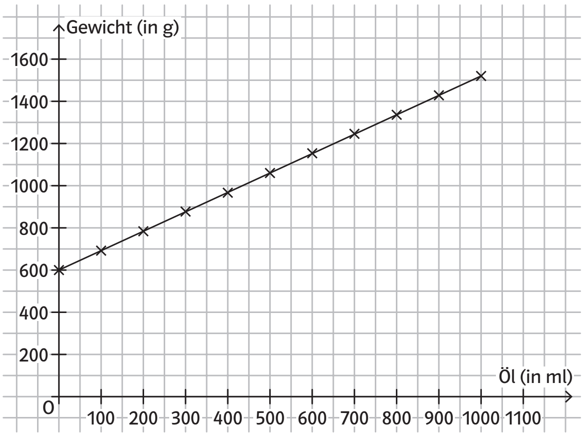


d) Da nur ganze Anzahlen von Eiskugeln verkauft werden, macht es keinen Sinn, die Punkte zu einer Linie zu verbinden.

6

a) siehe Tabelle unten

b)



Es macht Sinn, die Punkte zu verbinden, da man die Ölflasche mit beliebigen Zwischenmengen befüllen kann.

7

a) Ein negativer Kontostand bedeutet, dass ihr Guthaben bei der Bank aufgebraucht ist und sie dennoch Geld abgehoben hat. Sie leiht sich in dem Moment von der Bank Geld, sie schuldet also diesen Betrag der Bank. Die Bank kann für solche „Überziehungen" des Kontos Zinsen von Frau Bauer verlangen.

b) Zu Beginn der Woche war der Kontostand ungefähr 125 €, am Ende der Woche hat sie Schulden gegenüber der Bank von ungefähr 115 €.

c) Der höchste Kontostand in der betrachteten Woche war am 2. Tag mit ca. 375 €, der niedrigste Betrag war am Ende der Woche, wo ihr Konto um ca. 115 € überzogen war.

d) Der Kontostand ändert sich immer dann, wenn Einzahlungen oder Auszahlungen erfolgen. Diese werden in der Regel einmal am Tag verbucht, sodass der Kontostand während eines Tages gleichbleibt.

8

individuelle Lösung, zum Beispiel:
Ungefähr innerhalb der ersten Minute ist Lorena um 6 Meter unter die Wasseroberfläche gesunken. Bis zur fünften Minute bleibt die Tauchtiefe konstant. Innerhalb der nächsten Minute taucht Lorena 4 Meter tiefer und hat dann ihre maximale Tauchtiefe von 10 m erreicht. Sie bleibt auf dieser Tauchtiefe bis zur zehnten Minute. Dann steigt sie wieder auf. Innerhalb der nächsten Minute steigt sie um 2 Meter auf 8 m Tiefe unter der Wasseroberfläche. Sie bleibt auf dieser Tauchtiefe bis ca. zur 16. Minute. Dann steigt sie in der nächsten Minute um 3 Meter auf eine Tauchtiefe von 5 Metern. Auf dieser Tiefe bleibt sie ca. 1,5 Minuten. Dann steigt sie bis zur Minute 20 auf zur Wasseroberfläche.

Tabelle zu Seite 224, Aufgabe 6 a)

Inhalt Ölflasche (in ml)	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Gewicht Ölflasche (in g)	600	692	784	876	968	1060	1152	1244	1336	1428	1520

Abbildungen: imprint, Zusmarshausen

Seite aus: Lambacher Schweizer Nordrhein-Westfalen Mathematik 6 – G9 Lösungen
ISBN: 978-3-12-733863-8

9

a) Um 8:40 Uhr fährt der Zug 1 von A aus los. Um 9:00 Uhr hält er, vermutlich an einer Bahnstation für 10 Minuten an. Ca. um 9:55 Uhr hat der Zug 1 sein Ziel erreicht.

b) Zug 2 und Zug 3 begegnen sich um 9:20 Uhr, ca. 100 km entfernt von A. Der Zug 2 fährt von A aus weg, der Zug 3 fährt zu A hin. Der Zug 2 überholt kurz vor 9:10 Uhr den Zug 1 an der Stelle, wo Zug 1 einen Halt eingelegt hat.

Seite 226

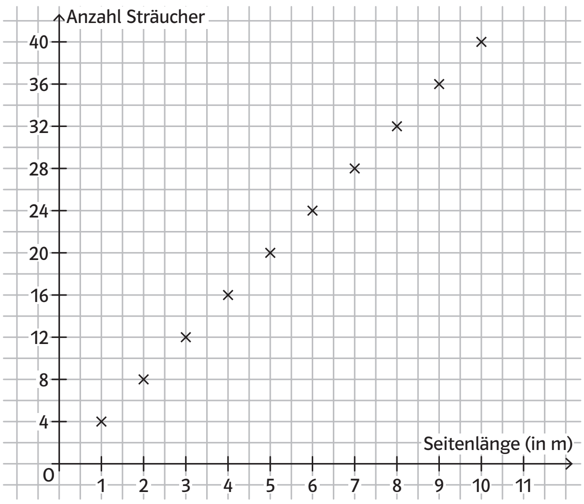
10

a)

Seitenlänge des Quadrats (in m)	2	3	4	5	6	7	9	10
Anzahl Sträucher	8	12	16	20	24	28	36	40

b) Ist die Seitenlänge eines Grundstücks a Meter (a ganzzahlig), so kann man an jeder Seite $a + 1$ Sträucher im Abstand von 1 m pflanzen und die 4 Sträucher an den Ecken müssen abgezogen werden. Mit dem Term $y = 4 \cdot a$ lässt sich somit die Gesamtzahl an Sträuchern für ein quadratisches Grundstück der Seitenlänge a ermitteln.

c)

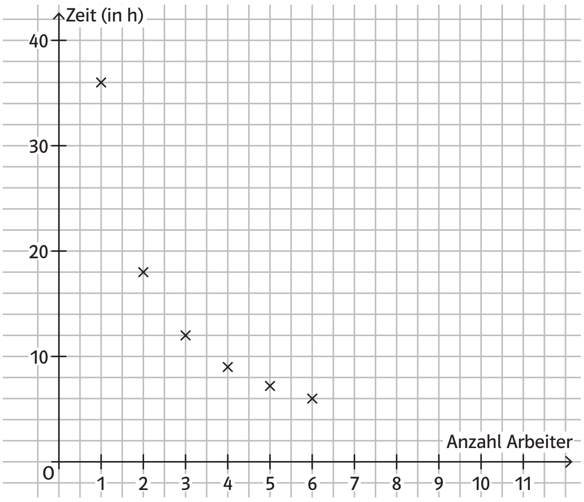


13

a) Die Aussage gilt nur, wenn die Gerade durch den Ursprung geht. Für andere Geraden kann man den Je-mehr-desto-mehr-Dreisatz nicht anwenden. Zum Beispiel muss man bei einer Taxifahrt zusätzlich zu dem Kilometerpreis noch einen Grundpreis bezahlen. Der Term zur Berechnung der Fahrtkosten ist dann z. B. von der Form $y = 3 + 2 \cdot x$; wobei man 3 € Grundpreis bezahlen muss und zusätzlich 2 € pro gefahrenen Kilometer. Stellt man diese Zuordnung in einem Koordinatensystem dar, so ergibt sich eine Gerade, die die y-Achse an der Stelle 3 schneidet.
Bei einer Fahrt von 10 km muss man demnach $3 + 2 \cdot 10 = 23$, also 23 € bezahlen. Bei der doppelten Fahrtlänge $3 + 2 \cdot 20 = 43$, also 43 € bezahlen.
Das ist aber nicht das Doppelte des Preises für 10 km.

b) Wahr. Die Punkte liegen auf einer Geraden, die durch den Ursprung geht.

c) Wahr. Die Punkte liegen auf einer gebogenen Linie. Stellt man z. B. den Dreisatz von Beispiel Teil b) auf der Schulbuchseite 219 in einem Koordinatensystem dar, ergibt sich, die folgende Darstellung:



Exkursion: Fibonacci

Seite 232

1

$3 + 5 \ \ = 8$ (6. Monat)
$5 + 8 \ \ = 13$ (7. Monat)
$8 + 13 = 21$ (8. Monat)
$13 + 21 = 34$ (9. Monat)
$21 + 34 = 55$ (10. Monat)
$34 + 55 = 89$ (11. Monat)
$55 + 89 = 144$ (12. Monat)
…
Nach einem Jahr gibt es 144 Kaninchenpaare.

Seite 233

2

Die Kaninchenforschung hat deshalb sehr viel mit der Erfindung der Fibonacci-Zahlen gemeinsam, da sich die Kaninchenpaare von Monat zu Monat entsprechend der Fibonacci-Zahlenfolge vermehren:
Hat man am Anfang ein frisch geborenes Kaninchenpärchen, so dauert es zwei Monate, bis es den ersten Nachwuchs bekommt. Man erhält also zweimal die Eins. Nach zwei Monaten kommt der erste Nachwuchs. Im dritten Monat hat man also die Zwei. Der Nachwuchs bekommt im nächsten Monat noch keinen eigenen Nachwuchs, sodass nur das alte Kaninchenpaar Nachwuchs bekommt. Man erhält also die Drei. Nun bekommt aber der erste Nachwuchs selber schon Nachwuchs, sodass die Zahl der Kaninchenpaare um zwei steigt. Man erhält also die Fünf. Im nächsten Monat bekommt dann auch der zweite Nachwuchs selber Nachwuchs, sodass nun insgesamt drei Kaninchenpaare Nachwuchs bekommen. Man erhält

Abbildungen: imprint, Zusmarshausen

Seite aus: Lambacher Schweizer Nordrhein-Westfalen Mathematik 6 – G9 Lösungen
ISBN: 978-3-12-733863-8

also die Acht. In dieser Weise geht es immer weiter und man erkennt, dass die Folge der Fibonacci-Zahlen tatsächlich die Anzahl der Kaninchenpaare angibt.

Forschungsaufträge

3

Wenn du die ersten sieben Zahlen zusammenzählst und eine Eins dazu addierst, erhältst du auch wieder eine Fibonacci-Zahl.
Wenn du die ersten acht Zahlen zusammenzählst und eine Eins dazu addierst, erhältst du auch wieder eine Fibonacci-Zahl.
…
Dies ist allgemein gültig:
Wenn du die ersten x Zahlen zusammenzählst und eine Eins dazu addierst, erhältst du auch wieder eine Fibonacci-Zahl.
Für x kann jede beliebige Zahl eingesetzt werden.

4

Addiert man immer jede zweite Fibonacci-Zahl, so kann man abhängig davon, mit der wievielten Fibonacci-Zahl man startet, verschiedene Regelmäßigkeiten feststellen. Diese Regelmäßigkeiten gelten immer unabhängig davon, wie viele Zahlen man dazu nimmt:
- Startet man mit der ersten Zahl, so muss zum Schluss keine Zahl addiert werden, um wieder eine Fibonacci-Zahl zu erhalten.
- Startet man mit der zweiten Zahl, so muss zum Schluss eine **Eins** addiert werden, um wieder eine Fibonacci-Zahl zu erhalten.
- Startet man mit der dritten Zahl, so muss zum Schluss eine **Eins** addiert werden, um wieder eine Fibonacci-Zahl zu erhalten.
- Startet man mit der vierten Zahl, so muss zum Schluss eine **Zwei** addiert werden, um wieder eine Fibonacci-Zahl zu erhalten.
- Startet man mit der fünften Zahl, so muss zum Schluss eine **Drei** addiert werden, um wieder eine Fibonacci-Zahl zu erhalten.
- …
  (Diese Regelmäßigkeiten lassen sich also wieder aus der Folge der Fibonacci-Zahlen ableiten.)

5

a) individuelle Lösung
b) verschiedene Möglichkeiten, zum Beispiel:
4, 8, 12, 20, …
6, 7, 13, 20, …
c) Man erhält die vierte Zahl, indem man die Summe der ersten beiden Zahlen zu der zweiten Zahl addiert.
Man erhält die fünfte Zahl, indem man die Summe der ersten drei Zahlen zu der zweiten Zahl addiert.

6

individuelle Lösung, zum Beispiel:
Die Einzelblüten der Sonnenblumen bilden zwei Systeme von Spiralen, die vom Mittelpunkt ausgehen. Es sind meistens 55 rechtsdrehende und 34 linksdrehende Spiralen. Seltener sind Arten mit 21 und 34 Spiralen. Eine Riesensonnenblume hat 144 und 233 Spiralen. Diese Zahlen sind jeweils Fibonacci-Zahlen.
Ein ähnliches Phänomen tritt bei Tannenzapfen auf.
Bei der Margerite sind es 21 und 13 Spiralen, die vom Mittelpunkt ausgehen. Auch hier sind die Anzahlen der Spiralen Fibonacci-Zahlen.

Abbildungen: imprint, Zusmarshausen

Seite aus: Lambacher Schweizer Nordrhein-Westfalen
Mathematik 6 – G9 Lösungen
ISBN: 978-3-12-733863-8