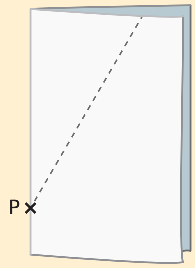
4 Winkelhalbierende konstruieren

Falte ein rechteckiges Blatt Papier so, wie rechts gezeigt, und zerschneide es längs der gestrichelten Linie. Klappe das Dreieck auf. Was fällt dir bei dem Dreieck auf?



Ein Blatt Papier, auf dem ein Winkel α eingezeichnet ist, wird so gefaltet, dass beide Schenkel aufeinanderliegen (siehe Fig. 1). Die Faltlinie teilt den Winkel in zwei gleich große Teile. Man nennt diese Gerade die **Winkelhalbierende** und bezeichnet sie mit w_α.

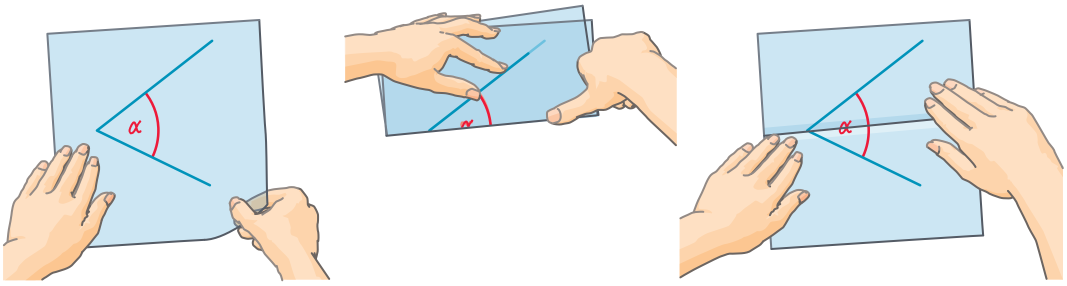
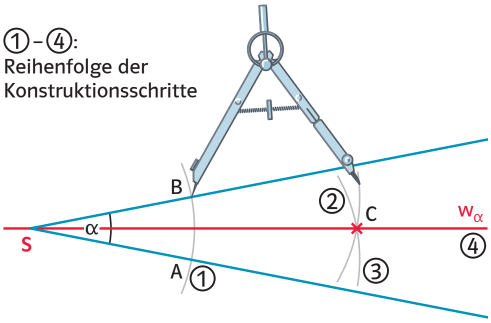


Fig. 1

Zur Konstruktion der Winkelhalbierenden sind folgende Schritte notwendig:

1. Um den Schenkel S wird ein Kreis mit beliebigem Radius gezeichnet. Dieser Kreis schneidet die Schenkel in den Punkten A und B.
2. Um die Punkte A und B werden zwei weitere Kreise mit gleichem Radius gezeichnet. Diese schneiden sich in einem Punkt C.
3. Es wird die Gerade durch den Scheitel S und den Punkt C als Winkelhalbierende w_α gezeichnet.



Punkte auf der Winkelhalbierenden eines Winkels α haben eine besondere Eigenschaft: Liegt P auf w_α, dann hat P den gleichen Abstand d zu beiden Schenkeln von α (siehe Fig. 2).

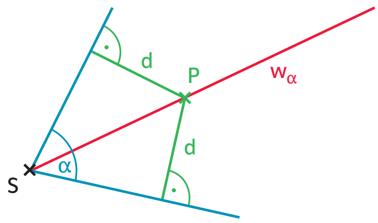


Fig. 2

Winkelhalbierende
Eine Gerade heißt Winkelhalbierende w_α des Winkels α, wenn sie durch den Scheitel verläuft und den Winkel α halbiert.

Alle Punkte, die von beiden Schenkeln eines gegebenen Winkels α den gleichen Abstand haben, liegen auf der Ortslinie (Winkelhalbierende) w_α.

Abbildungen: Media Office GmbH, Kornwestheim, 4; tiff.any GmbH & Co. KG, Berlin 1, 3; Uwe Alfer, Kråksmåla, Alsterbro, 2

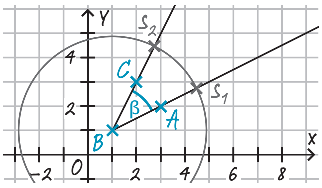
Seite aus: Lambacher Schweizer Thüringen Mathematik 7
ISBN: 978-3-12-733277-3

Beispiel **Winkelhalbierende mithilfe eines Zirkels konstruieren**

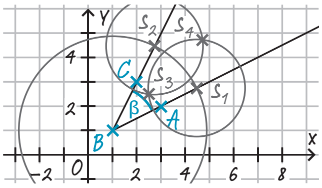
Zeichne die Punkte $A(3|2)$, $B(1|1)$ und $C(2|3)$ in ein Koordinatensystem und konstruiere die Winkelhalbierende von $\beta = \sphericalangle ABC$. Beschreibe dein Vorgehen.

Lösung

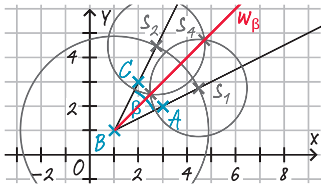
1. Zeichne die Punkte A, B, C und den Winkel β.
2. Zeichne einen Kreis mit dem Mittelpunkt B und bestimme die Schnittpunkte S_1 und S_2 mit den Schenkeln des Winkels β.



3. Zeichne zwei sich schneidende Kreise mit demselben Radius und den Mittelpunkten S_1 und S_2. Man erhält die Schnittpunkte S_3 und S_4 dieser Kreise.



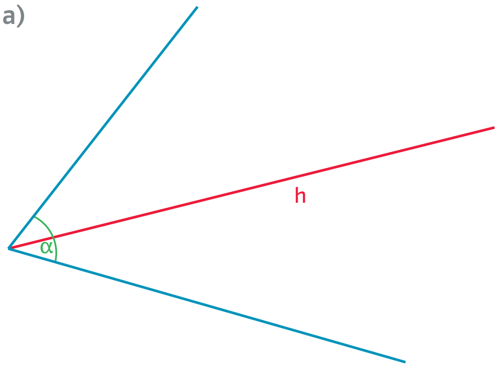
4. Die Winkelhalbierende w_β ergibt sich als Halbgerade von B durch S_3 und S_4.



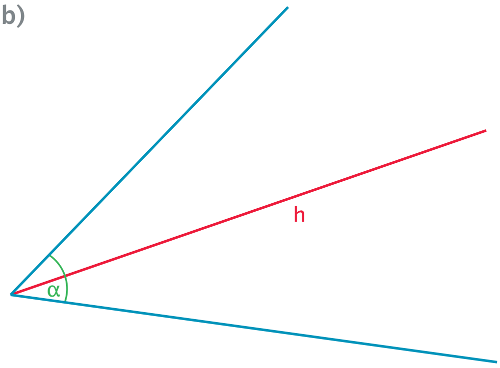
Aufgaben

○ **1** Prüfe mit dem Geodreieck, ob h die Winkelhalbierende des Winkels α ist.

a)



b)



○ **2** Zeichne die Punkte A, B und C in ein Koordinatensystem. Konstruiere dann mithilfe eines Zirkels die Winkelhalbierende von $\beta = \sphericalangle ABC$ und gib die Koordinaten von drei Punkten mit ganzzahligen Koordinaten auf der Winkelhalbierende an.

a) $A(2|1)$, $B(0|0)$, $C(1|2)$ **b)** $A(2|4)$, $B(6|1)$, $C(1|1)$ **c)** $A(-3|-2)$, $B(0|1)$, $C(2|-1)$

○ **3** Winkelhalbierende lassen sich zu allen Winkelarten konstruieren.

a) Zeichne die Winkel $\alpha = 35°$, $\beta = 78°$, $\gamma = 100°$, $\delta = 154°$, $\varepsilon = 270°$ und $\varphi = 348°$. Konstruiere zu jedem Winkel die Winkelhalbierende.

b) Beschreibe, wie man w_α konstruiert.

○ **4** Zeichne zwei Geraden, die sich unter einem Winkel von 50° schneiden. Konstruiere die Ortslinie aller Punkte, die von beiden Geraden den gleichen Abstand haben.

Teste dich!

Lösungen, Seite 262

○ **5** Zeichne die Punkte $A(0|2)$, $B(4|1)$, $C(3|5)$ und $D(-1|-1)$ in ein Koordinatensystem. Konstruiere die Gerade aller Punkte, die von der Gerade durch A und B sowie von der Gerade durch C und D gleich weit entfernt sind.

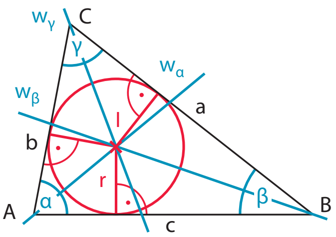
Abbildungen: Media Office GmbH, Kornwestheim, 4, 5; PER Medien & Marketing GmbH, Braunschweig, 1-3

Seite aus: Lambacher Schweizer Thüringen Mathematik 7
ISBN: 978-3-12-733277-3

6 Zeichne mit dem Geodreieck einen Winkel der Größe 80°. Konstruiere daraus mit Zirkel und Lineal nacheinander Winkel der Größe 40°, 20°, 60° und 30°.

7 Winkelhalbierende lassen sich auch in Dreiecken konstruieren.
a) Zeichne das Dreieck ABC mit den Eckpunkten A(1|1), B(7|1) und C(4|4) in ein Koordinatensystem und konstruiere alle drei Winkelhalbierenden.
b) Gib die Koordinaten des Schnittpunkts S der drei Winkelhalbierenden an.

8 **Inkreis eines Dreiecks**
Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden eines Dreiecks ist der Mittelpunkt I eines Kreises, der alle Dreiecksseiten berührt. Diesen Kreis bezeichnet man als Inkreis. Als Radius wird die Strecke vom Mittelpunkt gewählt, die senkrecht auf einer Seite steht.



Konstruiere den Inkreis des Dreiecks mit den gegebenen Eckpunkten.
a) A(0|1), B(−3|−1), C(−1|−4)
b) A(−1|−1), B(−5|−2), C(0|−5)

9 Skizziere eine Planfigur und konstruiere dann das Dreieck und seinen Inkreis.
a) c = 12 cm, α = 10°, β = 90°
b) c = a = 6 cm, β = 90°
c) a = b = c = 6 cm

10 Steffen soll einen Kreis konstruieren, der beide Schenkel des Winkels α berührt (vgl. Fig. 1). Erläutere seinen Fehler.

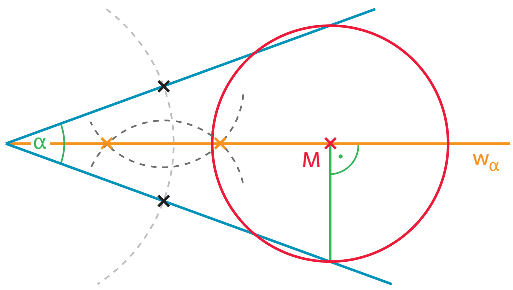


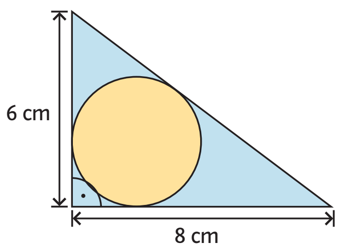
Fig. 1

Teste dich!

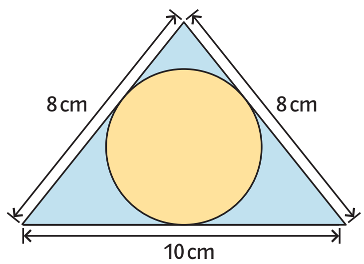
Lösungen, Seite 263

11 Zeichne das Dreieck in dein Heft und konstruiere den Inkreis. Miss den Inkreisradius.

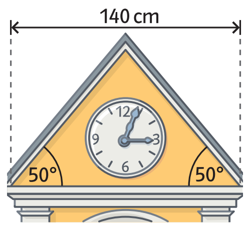
a)



b)



12 Der Abstand des Randes der Turmuhr von dem unteren Balken beträgt 5 cm. Der Abstand von den seitlichen Balken beträgt 10 cm. Bestimme zeichnerisch den Radius der Turmuhr.



13 MK Winkelhalbierende und Inkreise von Dreiecken lassen sich auch mithilfe dynamischer Geometriesoftware zeichnen. Konstruiere zu den Dreiecken aus Aufgabe 8 die Inkreise.

Teste dein Grundwissen! **Zweistufige Zufallsexperimente durchführen**

Beispiel, Seite 79
Lösungen, Seite 263

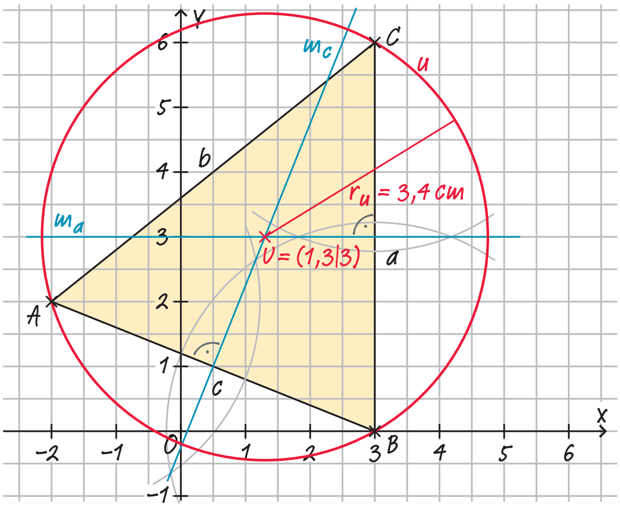
G 14 In einem Säckchen liegen zwei 2-€-Stücke und drei 50-Cent-Stücke. Finja darf zweimal ziehen, legt aber nach jedem Zug die Münze zurück. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Finja nach zweimaligem Ziehen 4 € erhält. Zeichne dazu erst ein Baumdiagramm.

Abbildungen: 0Media Office GmbH, Kornwestheim, 2-4; PER Medien & Marketing GmbH, Braunschweig, 1; Uwe Alfer, Kråksmåla, Alsterbro, 5
Seite aus: Lambacher Schweizer Thüringen Mathematik 7
ISBN: 978-3-12-733277-3

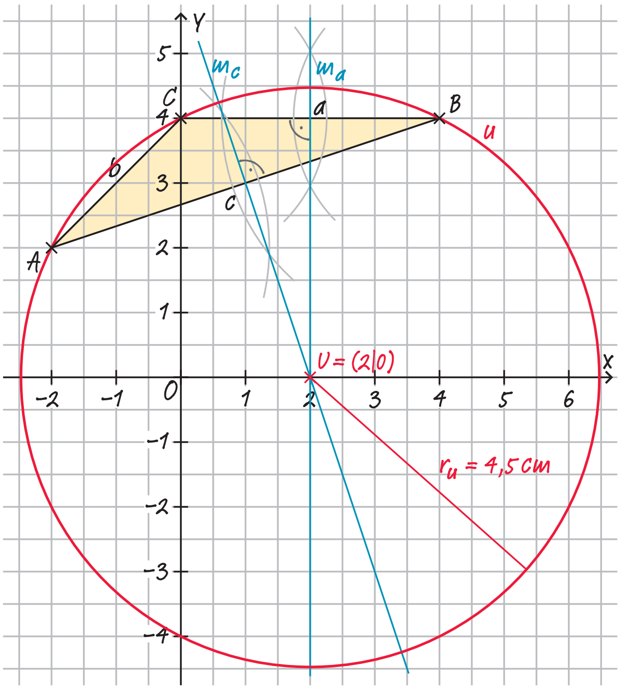
Seite 136

9

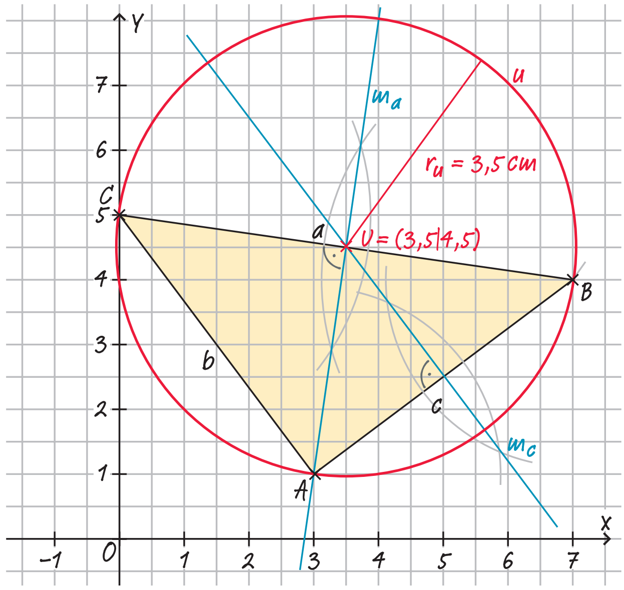
a)



b)



c)



G **12**

a) Der Rucksack kostet noch 60 €, das sind 80 % des ursprünglichen Preises. Gesucht ist der Grundwert G.

$G = \frac{W}{p} = \frac{60\,€}{0{,}8} = 75\,€$

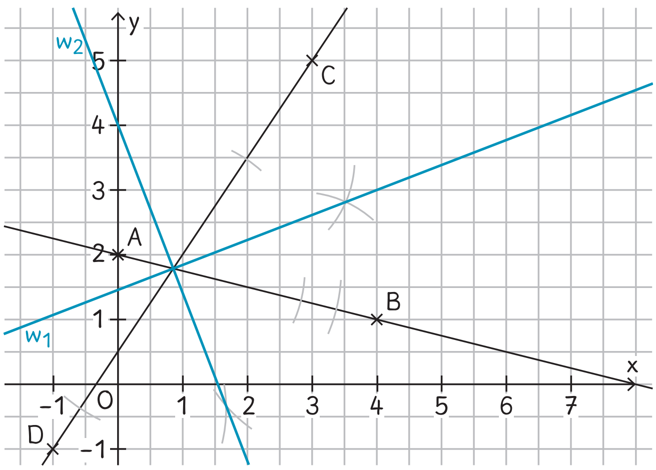
Der Rucksack hat vorher 75 € gekostet.

b) $\frac{75\,€}{60\,€} = 1{,}25 = 125\,\% = 100\,\% + 25\,\%$

Der Rucksack war vorher 25 % teurer als jetzt.

Seite 138

5



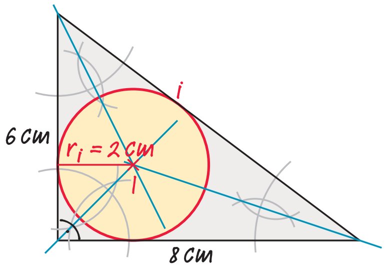
Abbildungen: Uwe Alfer, Kråksmåla, Alsterbro, 1-3; imprint, Ilona Külen, Zusmarshausen, 4

Seite aus: Lambacher Schweizer Thüringen Mathematik 7
ISBN: 978-3-12-733277-3

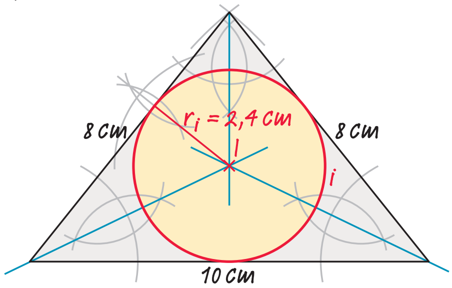
Seite 139

11

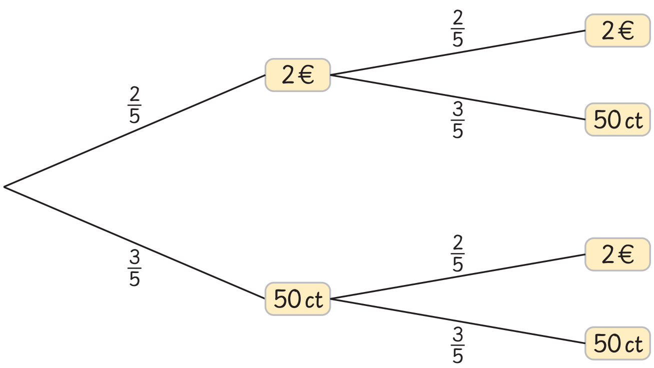
a) r_i = 2,0 cm



b) r_i = 2,4 cm



G **14**



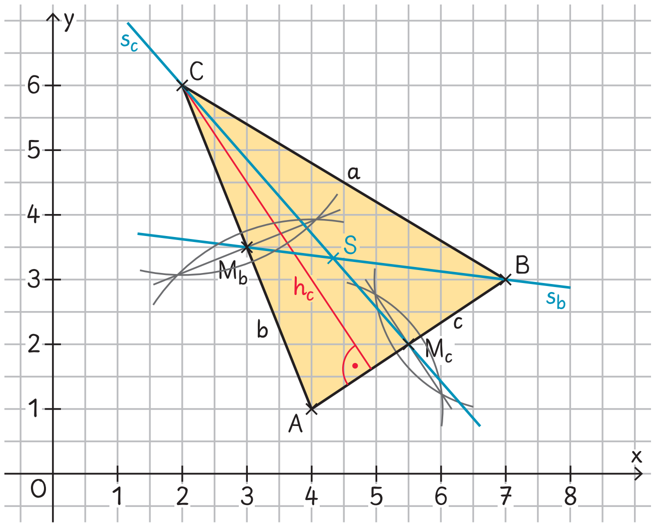
P(„Sie erhält 4 €.“) = $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$ = 0,16

Sie hat mit einer Wahrscheinlichkeit von 16 % nach zweimaligem Ziehen 4 € erhalten.

Seite 142

6

a) und **b)** und **c)**



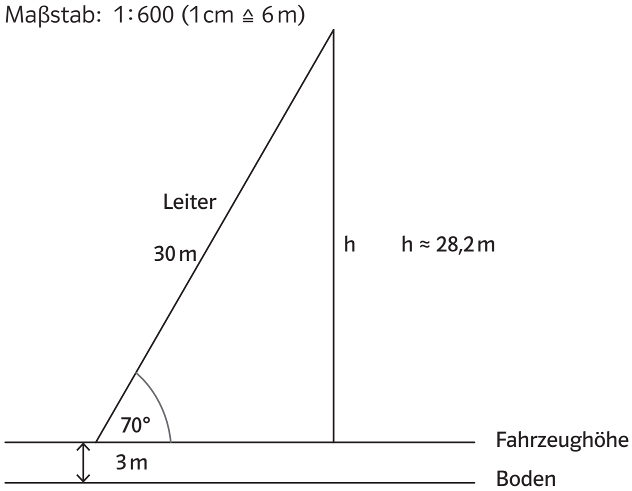
Die Höhe h_c beträgt 5,3 cm.

Der Schwerpunkt hat ungefähr die Koordinaten S(4,3 | 3,3).

Seite 143

11

Maßstab: 1 : 600 (1 cm ≙ 6 m)



Die Leiter reicht etwa bis in eine Höhe von 31,2 m.

G **14**

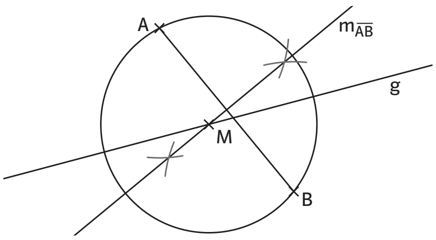
Von 15 Figuren sind 8 gelb, das sind $\frac{8}{15} = 0{,}5\overline{3} \approx 53{,}3\,\%$.

Abbildungen: imprint, Zusmarshausen, 2, 4, 5; Uwe Alfer, Kråksmåla, Alsterbro, 1,3

Seite aus: Lambacher Schweizer Thüringen Mathematik 7
ISBN: 978-3-12-733277-3

11

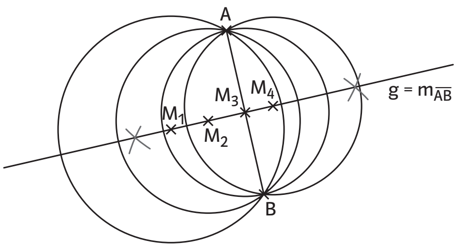
a)



M ist der Schnittpunkt von der Geraden g und der Mittelsenkrechten $m_{\overline{AB}}$.

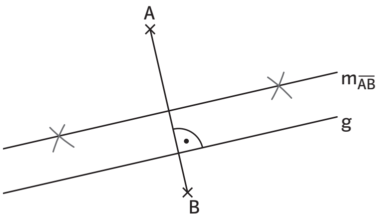
b) Unendlich viele solcher Kreise gibt es, wenn $\overline{AB} \perp g$ und die Punkte A und B gleich weit von g entfernt sind, d.h. wenn $m_{\overline{AB}} = g$.

Zum Beispiel:



Keine solchen Kreise gibt es, wenn $\overline{AB} \perp g$ und die Punkte A und B nicht gleich weit von h entfernt sind. $m_{\overline{AB}}$ und g sind parallel und haben keinen Schnittpunkt.

Zum Beispiel:



4 Winkelhalbierende konstruieren

Seite 137

Einstiegsaufgabe

Das aufgefaltete Dreieck ist achsensymmetrisch und gleichschenklig. Der Winkel am Punkt P ist durch die Knickkante genau in der Hälfte geteilt. Die obere Kante des entstandenen Dreiecks steht senkrecht auf der Knickkante.

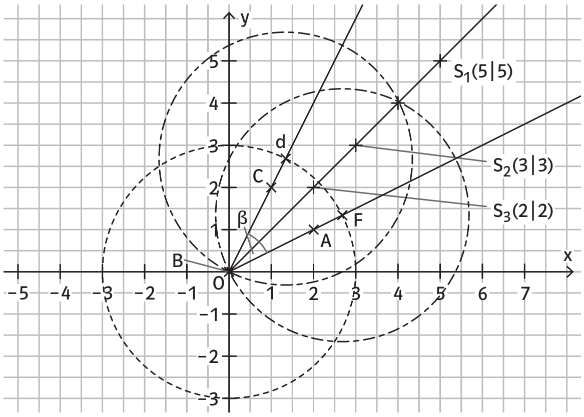
Seite 138

1

a) nein b) ja

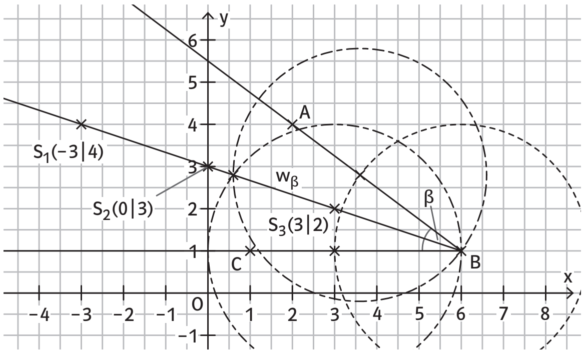
2

a)



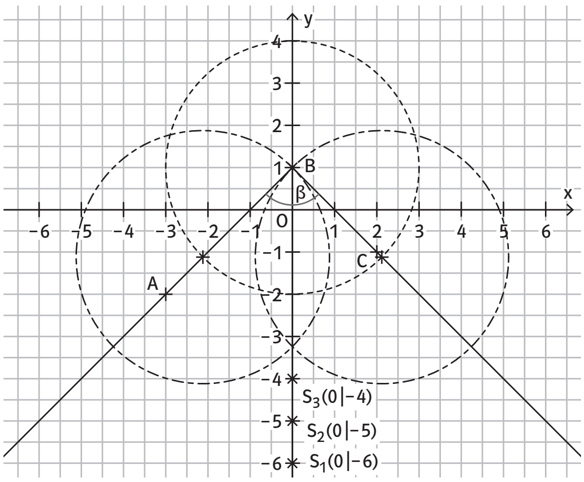
Die Punkte S_1, S_2 und S_3 liegen auf der Winkelhalbierenden und haben ganzzahlige Koordinaten.

b)



Die Punkte S_1, S_2 und S_3 liegen auf der Winkelhalbierenden und haben ganzzahlige Koordinaten.

c)



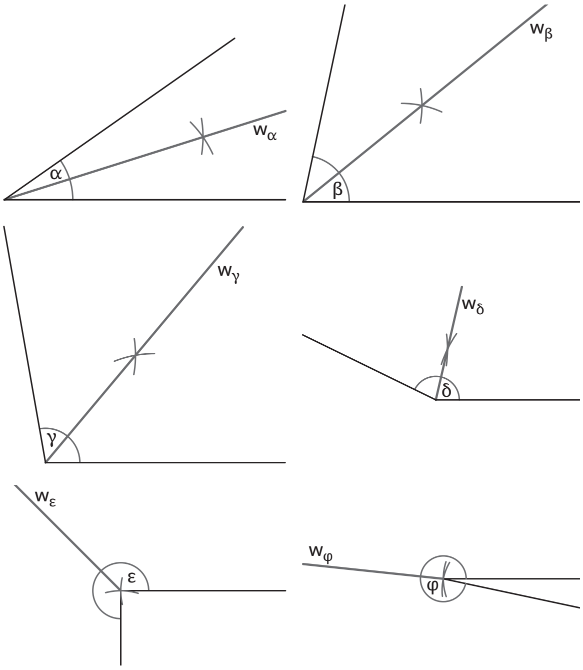
Die Punkte S_1, S_2 und S_3 liegen auf der Winkelhalbierenden und haben ganzzahlige Koordinaten.

Abbildungen: imprint, Zusmarshausen

Seite aus: Lambacher Schweizer Thüringen
Mathematik 7 Lösungen
ISBN: 978-3-12-733278-0

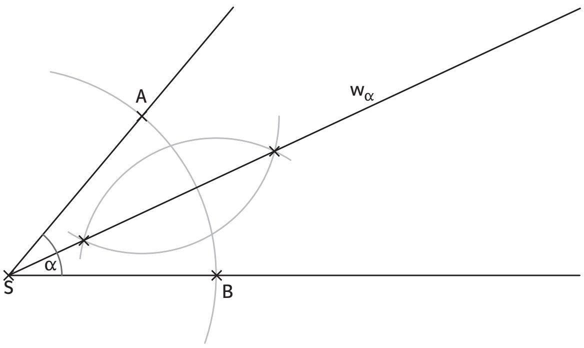
3

a)



b) siehe Schulbuchseite 137

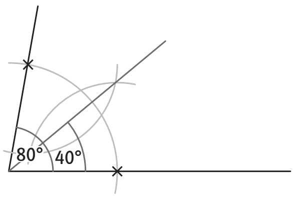
4



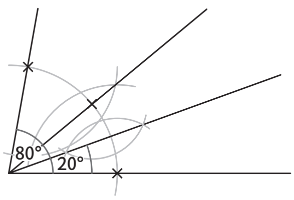
Seite 139

6

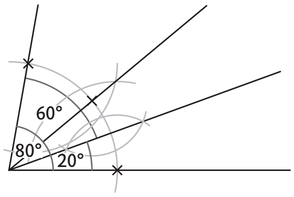
1. Schritt: Mithilfe der Winkelhalbierenden des Winkels der Größe 80° erhält man einen Winkel der Größe 40°.



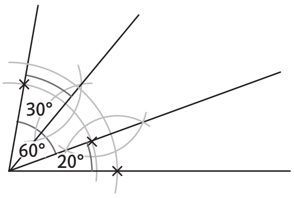
2. Schritt: Mithilfe der Winkelhalbierenden des Winkels der Größe 40° erhält man einen Winkel der Größe 20°.



3. Schritt: Ein Winkel der Größe 60° ist damit schon konstruiert.

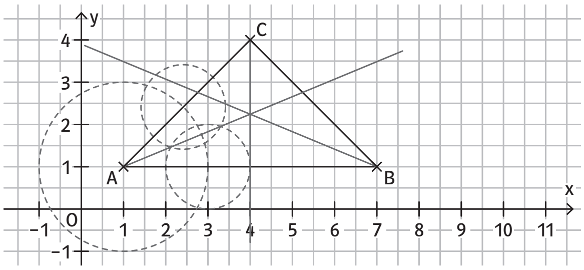


4. Schritt: Mithilfe der Winkelhalbierenden dieses Winkels der Größe 60° erhält man einen Winkel der Größe 30°.



7

a)

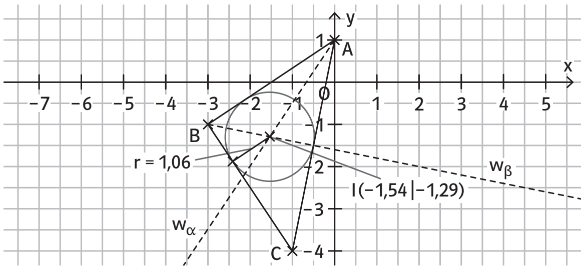


Der Übersichtlichkeit halber wurden nur die Konstruktionskreise für die Winkelhalbierende bei A eingezeichnet. Die Konstruktion der anderen Winkelhalbierenden funktioniert analog.

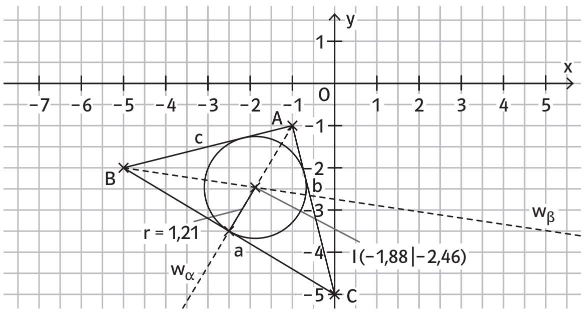
b) S(4 | ≈ 2,24)

8

a)



b)

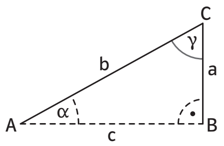


Abbildungen: imprint, Zusmarshausen

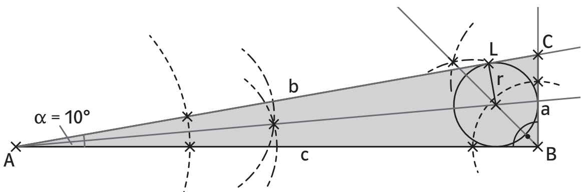
Seite aus: Lambacher Schweizer Thüringen
Mathematik 7 Lösungen
ISBN: 978-3-12-733278-0

9

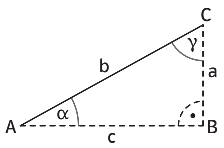
a) Planfigur:



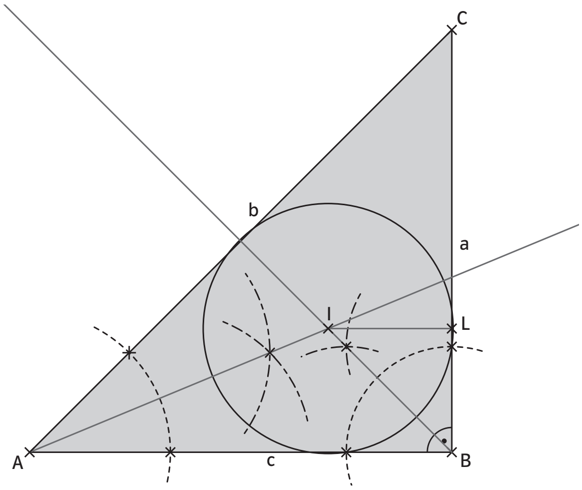
Konstruktionsbeschreibung:
1. Zeichne die Strecke c mit der Länge 12 cm und bezeichne die Endpunkte mit A und B.
2. Zeichne am Punkt A den Winkel $\alpha = 10°$ und am Punkt B den Winkel $\beta = 90°$ ein.
3. Bestimme den Schnittpunkt der Schenkel der Winkel α und β und bezeichne ihn mit C. Verbinde die Punkte A, B und C zu einem Dreieck.
4. Konstruiere die Winkelhalbierende von α. Zeichne hierzu einen Kreisbogen mit Mittelpunkt A und bestimme die Schnittpunkte mit den Seiten b und c. Zeichne von den Schnittpunkten zwei Kreisbögen mit gleichem Radius und bestimme den Schnittpunkt der Kreisbögen. Zeichne die Winkelhalbierende als Halbgerade von A durch diesen Schnittpunkt.
5. Konstruiere die Winkelhalbierende von β auf die gleiche Weise wie die Winkelhalbierende von α.
6. Bestimme den Schnittpunkt der Winkelhalbierenden w_α und w_β und bezeichne ihn mit I.
7. Fälle das Lot von I auf die Seite b und bezeichne den Lotfußpunkt mit L.
8. Zeichne den Inkreis mit Mittelpunkt I, der durch den Lotfußpunkt verläuft



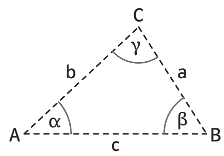
b) Planfigur:



Konstruktionsbeschreibung:
1. Zeichne die Strecke c mit der Länge 6 cm und bezeichne die Endpunkte mit A und B.
2. Zeichne am Punkt B den Winkel $\beta = 90°$ ein.
3. Miss auf dem zweiten Schenkel von β eine 6 cm lange Strecke ab. Bezeichne das Ende dieser Strecke mit C. Verbinde die Punkte A, B und C zu einem Dreieck.
4. Konstruiere die Winkelhalbierende von α. Zeichne hierzu einen Kreisbogen mit Mittelpunkt A und bestimme die Schnittpunkte mit den Seiten b und c. Zeichne von den Schnittpunkten zwei Kreisbögen mit gleichem Radius und bestimme den Schnittpunkt der Kreisbögen. Zeichne die Winkelhalbierende als Halbgerade von A durch diesen Schnittpunkt.
5. Konstruiere die Winkelhalbierende von β auf die gleiche Weise wie die Winkelhalbierende von α.
6. Bestimme den Schnittpunkt der Winkelhalbierenden w_α und w_β und bezeichne ihn mit I.
7. Fälle das Lot von I auf die Seite a und bezeichne den Lotfußpunkt mit L.
8. Zeichne den Inkreis mit Mittelpunkt I, der durch den Lotfußpunkt verläuft



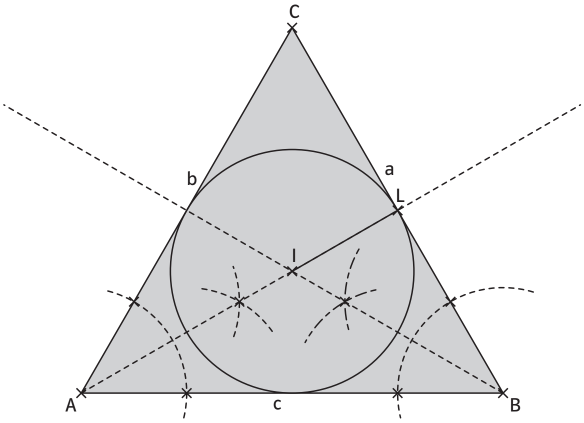
c) Planfigur:



Konstruktionsbeschreibung:
1. Zeichne die Strecke c mit der Länge 6 cm und bezeichne die Endpunkte mit A und B.
2. Zeichne zwei Kreise mit den Mittelpunkten A und B und einem Radius von 6 cm.
3. Bestimme den Schnittpunkt der Kreise, der so liegt, dass der Drehsinn (gegen den Uhrzeigersinn) bei der Beschriftung eingehalten wird. Verbinde die Punkte A, B und C zu einem Dreieck.
4. Konstruiere die Winkelhalbierende von α. Zeichne hierzu einen Kreisbogen mit Mittelpunkt A und bestimme die Schnittpunkte mit den Seiten b und c. Zeichne von den Schnittpunkten zwei Kreisbögen mit gleichem Radius und bestimme den Schnittpunkt der Kreisbögen. Zeichne die Winkelhalbierende als Halbgerade von A durch diesen Schnittpunkt.
5. Konstruiere die Winkelhalbierende von β auf die gleiche Weise wie die Winkelhalbierende von α.
6. Bestimme den Schnittpunkt der Winkelhalbierenden w_α und w_β und bezeichne ihn mit I.
7. Fälle das Lot von I auf die Seite a und bezeichne den Lotfußpunkt mit L.
8. Zeichne den Inkreis mit Mittelpunkt I, der durch den Lotfußpunkt verläuft

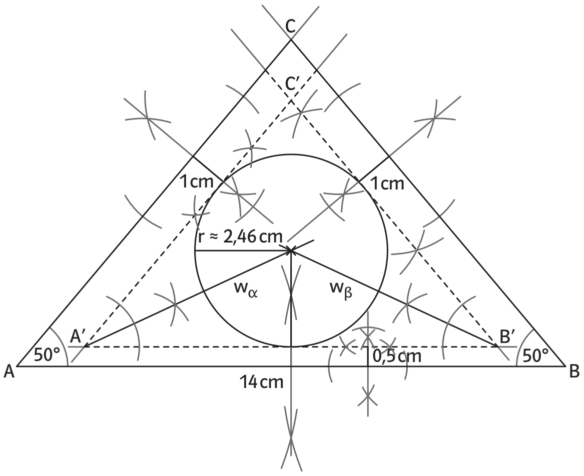
Abbildungen: imprint, Zusmarshausen

Seite aus: Lambacher Schweizer Thüringen
Mathematik 7 Lösungen
ISBN: 978-3-12-733278-0



10
Die Winkelhalbierende w_α hat Steffen richtig konstruiert. Wenn er einen Punkt M auf w_α wählt und einen Kreis um M zeichnen will, der die Schenkel von α berührt, muss er als Radius den Abstand von M zu einem der Schenkel nehmen. Dazu muss die grüne Strecke senkrecht zum Schenkel und nicht zu w_α, sein.

12
Konstruiere maßstäblich, z.B. im Maßstab 1 : 10.
Konstruiere zunächst das Giebeldreieck ABC mit
$\alpha = \beta = 50°$ und $c = 14\,cm$.
Konstruiere die Parallelen zu den Dreiecksseiten im Abstand 1 cm bzw. 0,5 cm.
Konstruiere den Inkreis des kleinen Dreiecks.
Ergebnis: $r \approx 2{,}46\,cm$
Die Uhr hat einen Radius von ca. 24,6 cm.



13
siehe Lösung zu Seite 139, Aufgabe 8

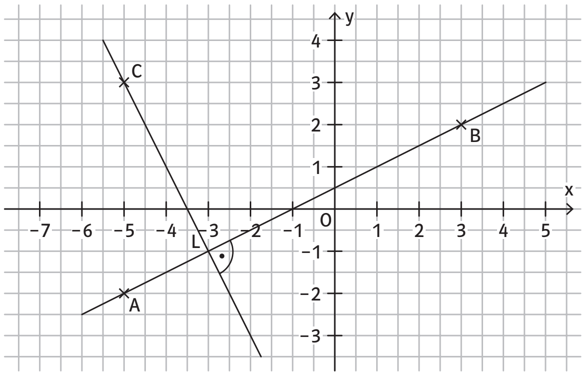
5 Lot, Höhe und Seitenhalbierende konstruieren

Seite 140

Einstiegsaufgabe
Die Spitze des Bleistifts muss am Schnittpunkt aller Seitenhalbierenden positioniert werden.

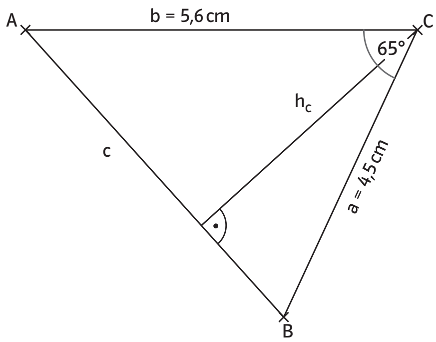
Seite 142

1

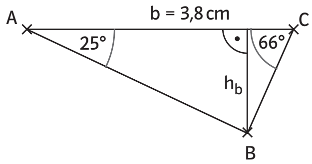


Lotfußpunkt $L(-3\,|\,-1)$

2
a) $h_c = 4{,}2\,cm$



b) $h_b = 1{,}5\,cm$



Abbildungen: imprint, Zusmarshausen

Seite aus: Lambacher Schweizer Thüringen
Mathematik 7 Lösungen
ISBN: 978-3-12-733278-0