

Digitale Hilfsmittel verwenden

MK Zählen und Darstellen mit dem Computer

Mit **Tabellenkalkulationsprogrammen** kann man Daten schnell auswerten und grafisch darstellen. Grundlegende Schritte werden hier an Beispielen vorgestellt.

Hier wird beispielhaft Excel benutzt. Andere Tabellenkalkulationsprogramme sind zum Bearbeiten der Exkursion ebenso geeignet.

Arbeitet die folgenden Beispiele in kleinen Gruppen an einem Computer durch.

In der Klasse 5c wurde nach den Haarfarben der Schülerinnen und Schüler gefragt: zwei Kinder sind blond, neun hellbraun, zwölf dunkelbraun, ein Kind hat rötliche und vier Kinder haben schwarze Haare.

Aus Häufigkeiten ein Säulendiagramm erstellen

- Man öffnet ein Tabellenkalkulationsblatt. Die Spalten sind mit A, B, C... und die Zeilen mit 1, 2, 3... bezeichnet. Man überträgt die Haarfarben in die Spalte A und die zugehörigen Häufigkeiten in die Spalte B (Fig. 1).

	A	B	C	D	E
1	blond	2			
2	hellbraun	9			
3	dunkelbraun	12			
4	rötlich	1			
5	schwarz	4			
6					

Fig. 1

- Man markiert die Eingaben. Hierzu klickt man mit der Maus die Zelle A1 mit „blond“ an. Dann drückt man die linke Maustaste und geht mit gedrückter Maustaste bis zur Zelle B5. Dann lässt man die Maustaste los und die Zellen A1 bis B5 sind markiert (Fig. 2).

	A	B	C	D	E
1	blond	2			
2	hellbraun	9			
3	dunkelbraun	12			
4	rötlich	1			
5	schwarz	4			
6					

Fig. 2

- Nun kann man auch schon ein Säulendiagramm erstellen. Dazu wählt man auf der Registerkarte *Einfügen* ein passendes Diagramm aus, z. B. ein *3D-Säulendiagramm* (vgl. Fig. 3). Das Diagramm wird im Tabellenblatt eingefügt (Fig. 4) und kann dort verschoben werden.

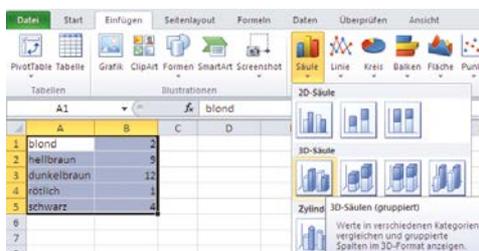


Fig. 3

- Man kann dem Diagramm einen passenden Titel (also einen passenden Namen) geben und einige andere Einstellungen (z. B. die Farben) verändern. Hierzu klickt man das Diagramm mit der Maus an und ändert dann die gewünschten Einstellungen. Probiert es einfach aus!



Fig. 4

Kalkulation kommt von *calculare* (lat.) = rechnen

Natürlich kann man mit einer Tabellenkalkulation nicht nur Grafiken erstellen, sondern auch rechnen, Versuche auswerten und bei Wettkämpfen Gewinner ermitteln. Wie man sie einsetzt, lernt ihr an einem Beispiel aus der Statistik auf der nächsten Seite, das ihr in der Klasse nachspielen und abändern könnt.

Das Perlenspiel

Löffelstichproben: Ein Versuchsleiter hat einen Pott mit 1000 roten, 500 gelben, 500 grünen Perlen gefüllt und den Inhalt sorgfältig gemischt.

Jeder von euch darf mit einem Löffel einmal in den Pott stechen (Statistiker sagen dazu „eine Stichprobe ziehen“). Jeder kippt seinen Löffel auf seinen Teller und zählt dann die drei Farben aus. Die Werte werden in einer Tabelle zusammengetragen.



Repräsentativität: Eine Stichprobe ist umso schöner (Statistiker sagen umso repräsentativer), je besser die Stichprobenergebnisse die Verhältnisse in dem ganzen Pott widerspiegeln. Idealerweise wären also in der Stichprobe

- genauso viele gelbe Perlen wie grüne,
- genauso viele rote Perlen wie gelbe und grüne zusammen.

Wenn Ayse 22 rote, 11 gelbe und 11 grüne gezogen hätte, wäre das ideal gewesen.

Nun waren auf ihrem Löffel aber 19 rote, 9 gelbe und 7 grüne Perlen.

I2		=SUMMME(F2:H2)							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Name	rot	gelb	grün	Anzahl	Abw. rot	Abw. gelb	Abw. grün	Ideal
2	Ayse	19	9	7	35	3	1	7	11
3	Rene	19	9	10	38	0	2	2	4
4	Rosi	23	9	7	39	7	3	11	21
5	Tilla	24	8	10	42	6	10	2	18
6	Nuri	17	14	9	40	6	16	4	26
7	Lilo	24	8	4	36	12	4	20	36
8	Roland	30	12	7	49	11	1	21	33
9	Gunnar	18	9	9	36	0	0	0	0
10	Bodi	22	7	8	37	7	9	5	21
11	Norbert	30	8	12	50	10	18	2	30
12	Lore	20	11	9	40	0	4	4	8
13	Botha	19	10	18	47	9	7	25	41
14	Nissy	22	13	9	44	0	8	8	16
15	Steffi	24	10	13	47	1	7	5	13
16	Max	22	9	15	46	2	10	14	26
17	Summe	333	146	147					

Gewinner: Tina findet, die Abweichung vom Ideal kann man gut messen, indem man alle Farben zusammenzählt: $19+9+7=35$ (Zelle E2 mit dem Befehl $=\text{Summe}(B2:D2)$) und dann den Unterschied

- zum Doppelten der roten (Unterschied zwischen 35 und 38), also 3,
- zum Vierfachen der gelben (Unterschied zwischen 35 und 36), also 1,
- zum Vierfachen der grünen (Unterschied zwischen 35 und 28), also 7 addiert.

Die Summe ergibt dann die „Idealabweichung“ $3+1+7=11$ (Zelle I2 mit dem Befehl $=\text{Summe}(F2:H2)$).

Wer die kleinste Idealabweichung hat, hat dann die repräsentativste Stichprobe gezogen und ist der Gewinner. Das ist im Beispiel Gunnar.

Erläutere Tinas Idee am Beispiel der Zeilen 9 (Gunnar) und 13 (Botha).

Zum Weiterforschen (automatische Berechnung durchführen):

Anstatt die Unterschiede in den Spalten F bis H im Kopf zu berechnen, kann man z. B. in Zelle G2 den Befehl $=\text{Abs}(4*C2-E2)$ verwenden.

- Probiere aus, ob der Befehl die gleichen Ergebnisse liefert wie die Berechnung im Kopf.
- Gib an, wie die Befehle für die Zellen F2 bzw. H2 dann lauten müssen.
- Die Befehle aus der 2. Zeile kann man kopieren und jeweils auf die ganze Spalte übertragen. Probiere es aus.
- Untersuche, was passiert, wenn man in der Zelle G3 statt des Befehls $=\text{Abs}(4*C3-E3)$ nur $=4*C3-E3$ eingibt. Beschreibe, was der Befehl $=\text{Abs}(\dots)$ bewirkt.

Sortieren: Wer sich bei dem „Repräsentativitätswettbewerb“ eine Platzierungstabelle erstellen lassen möchte, markiert den Bereich A1:I31 und wählt in Excel: *Daten-Sortieren* und dann *Ideal* als Sortierspalte. Dann steht Gunnar mit seiner Zeile am Tabellenanfang – gefolgt von Rene und Lore ... und Botha steht am Tabellenende. Natürlich kann man auch nach der Spalte E sortieren. Dann gewinnt, wer die meisten Perlen auf seinem Löffel hatte.

Material

- 1 Pott
- 1000 rote, 500 gelbe und 500 grüne Perlen
- 1 Löffel
- 1 Teller für jedes Kind

Wenn etwas berechnet werden soll, muss der Eintrag in der Zelle mit einem Gleichheitszeichen beginnen. $=A2+A3$ berechnet z. B. die Summe aus A2 und A3. $=\text{Summe}(A2:A4)$ berechnet die Summe der Zellen A2 bis A4, führt also zum gleichen Ergebnis wie $=A2+A3+A4$.

Die Unterschiede in den Spalten F, G und H berechnet ihr im Kopf und gebt sie per Hand ein.

MK DGS – Geometrie mit dem Computer

Mit einem dynamischen Geometrieprogramm kann man z.B. Figuren zeichnen oder Spiegelungen durchführen. Hierzu wählt man aus einer Werkzeugleiste Befehle aus, die durch Icons (kleine Bildchen) dargestellt werden. Man kann mithilfe solcher Programme die gezeichneten Figuren auch verändern, indem man die eingezeichneten Punkte verschiebt. Die Punkte oder Figuren, die z.B. durch Spiegelungen entstanden sind, werden dann automatisch so verändert, dass die Spiegeleigenschaften erhalten bleiben. Eine kleine Auswahl von Befehlen eines dynamischen Geometrieprogramms wird hier vorgestellt.

Punkte in ein Koordinatensystem einzeichnen

Man kann im dynamischen Geometrieprogramm entscheiden, ob ein Koordinatensystem oder Gitterlinien angezeigt werden. Punkte im Koordinatensystem können eingetragen werden, indem man den entsprechenden Befehl aktiviert und die passende Stelle im Koordinatensystem markiert. Man kann aber auch die Koordinaten als Zahlen eingeben. (vgl. Fig. 1)

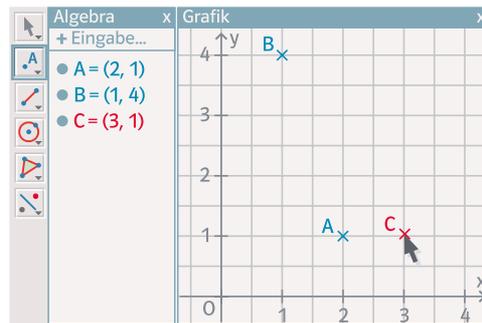


Fig. 1

Besondere Figuren zeichnen

Um z.B. ein Quadrat zu zeichnen, aktiviert man den Befehl *Regelmäßiges Vieleck* und markiert dann die Positionen, an denen diese Figur gezeichnet werden soll. In Fig. 2 hat das Programm zu den eingezeichneten Punkten A und B die Punkte C und D automatisch so ergänzt, dass ein Quadrat entsteht. Wenn man nun A oder B verschiebt, werden C und D automatisch so verschoben, dass ABCD ein Quadrat bleibt.

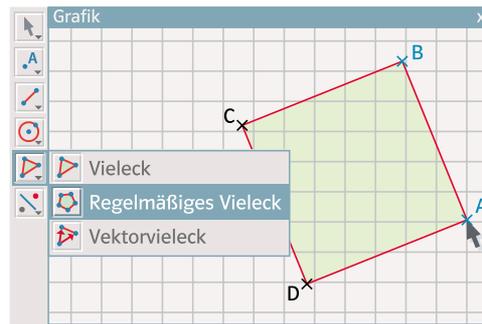


Fig. 2

Spiegelungen durchführen

Mithilfe von dynamischen Geometrieprogrammen kann man auch Punkt- und Achsenspiegelungen durchführen. Hierzu aktiviert man den passenden Befehl und wählt dann aus, welche Figur an welchem Punkt bzw. an welcher Geraden gespiegelt werden soll. In Fig. 3 wurde das Dreieck ABC am Punkt Z gespiegelt. Wenn man die Punkte A, B, C oder Z verschiebt, verschiebt das Programm automatisch die Spiegelpunkte, sodass die Spiegeleigenschaften erhalten bleiben.

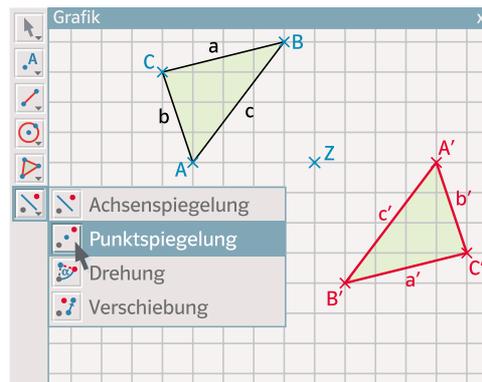


Fig. 3

Geometrieprogramme werden auch oft „Dynamische Geometrie Software“ kurz **DGS** genannt.



Einen Kreis zeichnen



Ein Vieleck zeichnen



Regelmäßiges Vieleck zeichnen



Achsen spieg elung



Punktspiegelung



Pfeil zum Bewegen von Objekten

🖨️ Jetzt kannst du selbst mit einem Geometrieprogramm arbeiten.

- 1 a) Zeichne mit einem dynamischen Geometrieprogramm die in Fig. 1 abgebildeten Figuren.
- b) Zeichne mit einem dynamischen Geometrieprogramm ein Objekt (Person, Auto, Haus, Baum) deiner Wahl. Probiere hierzu verschiedene Befehle des Programms aus.

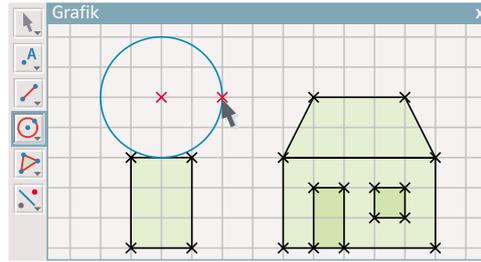


Fig. 1

Wenn du einen Punkt oder eine Figur mit der rechten Maustaste anklickst, öffnet sich ein Menü, in dem man die Eigenschaften (z.B. die Farbe und die Größe) verändern kann.

- 2 a) Zeichne das Dreieck mit den Eckpunkten $A(1|1)$, $B(2|1)$ und $C(1|4)$ mithilfe eines dynamischen Geometrieprogramms in ein Koordinatensystem.
 - b) Spiegle das Dreieck ABC an der Geraden durch die Punkte $D(5|1)$ und $E(4|4)$. Gib die Koordinaten der Spiegelpunkte A' , B' und C' an.
 - c) Spiegle das Dreieck ABC am Punkt $F(6|6)$.
 - d) Untersuche, ob die Spiegelungen aus den Teilaufgaben a) und b) weiterhin richtig angezeigt werden, wenn man die eingegebenen Punkte verschiebt.
- 3 a) Zeichne ein Dreieck ABC sowie zwei zueinander senkrechte Geraden g und h .
 - b) Spiegle das Dreieck ABC zuerst an g und dann das Spiegelbild nochmals an h . Verschiebe die Punkte A, B, C oder die Geraden g und h . Untersuche, ob die Geraden weiterhin senkrecht zueinander sind und ob deine Spiegelungen von dem Programm weiterhin richtig angezeigt werden.
 - c) Bestimme den Schnittpunkt S der Geraden g und h . Untersuche, ob man durch eine Punktspiegelung des Ausgangsdreiecks am Punkt S das gleiche Ergebnis erhält wie durch die doppelte Achsenspiegelung in Teilaufgabe b).
- 4 In dynamischen Geometrieprogrammen kann man sich ein Protokoll anzeigen lassen, in dem man nachlesen kann, wie die Zeichnung entstanden ist.
 - a) Das Protokoll in Fig. 3 gibt an, wie Fig. 2 entstanden ist. Beschreibe mithilfe des Protokolls in eigenen Worten, wie die Zeichnung in Fig. 2 entstanden ist.
 - b) Erstelle selbst mit einem dynamischen Geometrieprogramm eine Zeichnung wie in Fig. 2. Untersuche dann, ob es möglich ist, den Punkt E so zu verschieben, dass die beiden Vierecke auf der rechten Seite genau übereinstimmen.
 - c) Stelle eine Vermutung auf, warum nur die Punkte A, B, E und F in Fig. 2 und Fig. 3 blau dargestellt wurden.

Wenn durch das Verschieben eines Ausgangspunktes die Vorgaben in der Aufgabe nicht mehr erfüllt sind, dann hast du die Zeichnung vorher nicht mit den richtigen Befehlen durchgeführt.

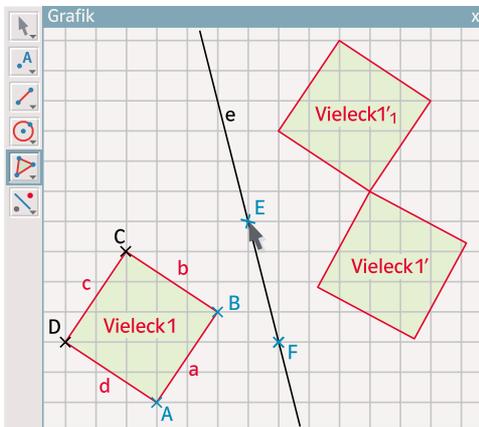


Fig. 2

Protokoll	
Name	Beschreibung
1 Punkt A	
2 Punkt B	
3 Vieleck Vieleck1	Vieleck(A, B, 4)
3 Punkt C	Vieleck(A, B, 4)
3 Punkt D	Vieleck(A, B, 4)
3 Strecke a	Strecke A, B
3 Strecke b	Strecke B, C
3 Strecke c	Strecke C, D
3 Strecke d	Strecke D, A
4 Punkt E	
5 Punkt F	
6 Gerade e	Linie E, F
7 Vieleck Vieleck1'	Vieleck1 gespiegelt an e
8 Vieleck Vieleck1'	Vieleck1 gespiegelt an E

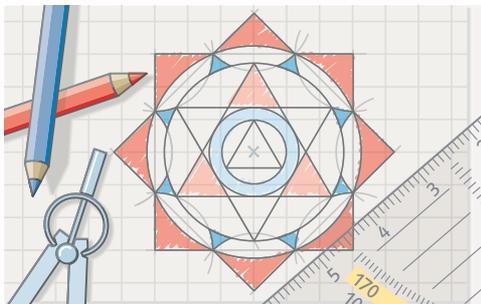
Fig. 3

Mandalas sind Muster, die von einem Zentrum ausgehen und meist im Kreis angeordnet sind. Sie haben in einigen Religionen eine besondere Bedeutung und werden zum Beispiel zur Meditation verwendet.

Wenn man sie selbst gestalten möchte, nutzt man Kreise und Winkel. Kreise können Teil des Musters oder Hilfslinien sein, die wieder wegradiert werden können.

Ähnlich lassen sich Winkel nutzen, deren Scheitelpunkt meist der Mittelpunkt des Mandalas ist. Die Schenkel der Winkel helfen dabei, die Figuren des Mandalas regelmäßig anzuordnen, wenn man die Schnittpunkte der Schenkel mit den Kreislinien markiert.

1. Mandalas zeichnen mit Bleistift, Zirkel und Geodreieck



Folgende Werkzeuge sind nützlich:

- ein guter Zirkel,
- ein Geodreieck,
- ein spitzer Bleistift.

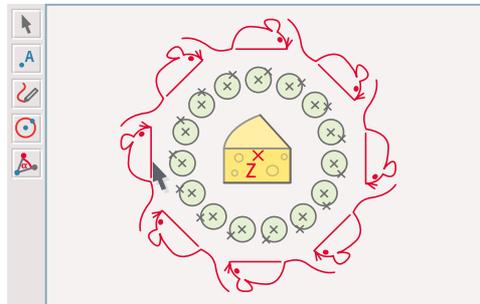
Bei dem Mandala oben wurden nur Kreise, Dreiecke und Quadrate verwendet. Der Mittelpunkt der Kreise und einige Hilfslinien sind noch sichtbar, sie können später wegradiert werden. Die Linien, die zum Mandala gehören, könnt ihr mit einem Filzstift nachziehen.

Falls ihr andere Figuren und Verzierungen verwenden möchtet (Blumen, Tiere, ...), empfiehlt es sich, eine Schablone anzufertigen. Falls nötig, kann man darauf Linien oder Punkte zeichnen, die helfen, sie immer passend anzulegen.



Bei dem Hund würde z. B. die rote Markierung genügen.

mit einem Geometrieprogramm



Folgende Funktionen des Geometrieprogramms sind nützlich:

- Mit dem Stift lässt sich schreiben oder zeichnen.
- Zeichne einen Punkt, der dein Drehzentrum sein soll (Punkt Z).
- Bei einer Drehung um das festgelegte Drehzentrum wählt man den Winkel aus, um den gedreht werden soll. Eine regelmäßige Anordnung der Figuren klappt, wenn man Teiler von 360° als Drehwinkel wählt.
- Zum Zeichnen von Kreisen braucht man zwei Punkte oder Mittelpunkt und Radius.

Tipps:

- Man kann Hilfslinien, die zum Erstellen des Mandalas benötigt wurden, später ausblenden.
- Du kannst dein Mandala durch Ziehen an den Figuren auch nachträglich noch verändern. Probiere es aus.

2. Mandalas vorstellen und verstehen

👥👥 Stellt euch eure Mandalas gegenseitig vor. Beschreibt dazu die Mathematik in eurem Mandala.

Die Begriffe auf den Kärtchen können helfen.

(Dreh-)winkel	Schenkel	(Dreh-)zentrum	Teiler von 360°	Kreis	Mittelpunkt	Radius
---------------	----------	----------------	------------------------	-------	-------------	--------

Wenn ihr die Mandalas in einer Ausstellung oder einem Workshop vorstellen wollt, könnt ihr eure Beschreibung auch aufschreiben.

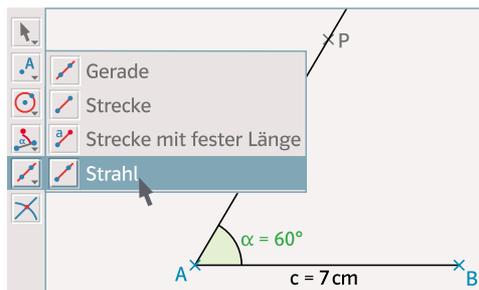
MK Konstruieren mit dynamischer Geometriesoftware

Dynamische Geometrieprogramme ermöglichen, sich mit Konstruktionen sehr genau auseinanderzusetzen. Das Konstruktionsprotokoll ist eine Möglichkeit, Konstruktionen genau zu beschreiben. Zoomfunktionen und Schieberegler dienen oft der Analyse.

Ein Dreieck konstruieren – das Konstruktionsprotokoll

Es soll das Dreieck ABC mit $c = 7\text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$ und $\beta = 40^\circ$ konstruiert werden. Dazu zeichnet man c als Strecke mit fester Länge und α als Winkel mit fester Größe.

Den zweiten Schenkel des Winkels zeichnet man als Strahl, der vom Punkt A ausgeht. Entsprechend verfährt man für β . C erhält man als Schnittpunkt der beiden Strahlen, die von A bzw. B ausgehen. Abschließend kann man die Objekte, die man nicht mehr braucht, ausblenden und ein Dreieck mit den Eckpunkten A, B und C zeichnen.



Denke an die Planfigur.



Eine Strecke mit fester Länge zeichnen



Einen Winkel mit fester Größe zeichnen



Einen Strahl zeichnen



Einen Schnittpunkt markieren



Ein Vieleck zeichnen



Einen Schieberegler erstellen

- Konstruiere das Dreieck ABC, wie oben beschrieben.
- Ein Geometrieprogramm erstellt zu jeder Konstruktion ein Konstruktionsprotokoll. Dort kann man sich die einzelnen Schritte der Konstruktion ansehen. Fig. 1 zeigt das Konstruktionsprotokoll zum Dreieck ABC.
 - Lies das Konstruktionsprotokoll genau und verfasse ein weiteres in deinen eigenen Worten.
 - Wo macht dich das Protokoll aus Fig. 1 auf Besonderheiten aufmerksam? An welchen Stellen ist es besonders knapp, wo genauer als du? Notiere Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
 - Jeder konstruiert ein Dreieck. Einer nutzt die Konstruktionsbeschreibung von dem Zettel unten, der andere das Protokoll aus Fig. 2.

Vergleicht euer Vorgehen anschließend. Wer hat genauer gezeichnet, wer schneller? Gibt es Vor- oder Nachteile der beiden Protokolle?

- Zeichne eine Strecke \overline{AB} der Länge 5 cm.
- Zeichne einen Kreisbogen mit Radius 4 cm um A.
- Zeichne einen zweiten Kreisbogen mit Radius 3 cm um B und markiere einen Schnittpunkt der Kreisbögen.
- Zeichne das Dreieck ABC.

Nr.	Name	Beschreibung	Wert
1	Punkt A		$A = (-2,76 1,2)$
2	Punkt B	Punkt auf Kreis [A, 7]	$B = (4,24 1,2)$
3	Strecke c	Strecke [A, B]	$c = 7$
4	Punkt P	B gedreht um Winkel 60°	$P = (0,74 7,26)$
5	Winkel α	Winkel zwischen B, A, P	$\alpha = 60^\circ$
6	Strahl g	Strahl durch A, P	$g: -6,06x + 3,5y = 20,93$
7	Punkt Q	A gedreht um Winkel $-(40^\circ)$	$Q = (-1,12 5,7)$
8	Winkel β	Winkel zwischen Q, B, A	$\beta = 40^\circ$
9	Strahl h	Strahl durch B, Q	$h: -4,5x - 5,36y = -25,51$
10	Punkt C	Schnittpunkt von g, h	$C = (-0,48 5,16)$
11	Dreieck d1	Polygon A, B, C	$d1 = 13,85$

Fig. 1

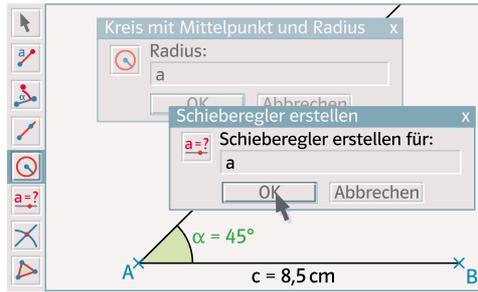
Nr.	Name	Beschreibung	Wert
1	Punkt A		$A = (-6,67 -2,8)$
2	Punkt B	Punkt auf Kreis [A, 5]	$B = (-1,67 -2,8)$
3	Strecke f	Strecke [A, B]	$f = 5$
4	Kreis c	Kreis mit Mittelpunkt A und Radius 4	$c: (x + 6,67)^2 + (y + 2,8)^2 = 16$
5	Kreis d	Kreis mit Mittelpunkt B und Radius 3	$d: (x + 1,67)^2 + (y + 2,8)^2 = 9$
6	Punkt C	Schnittpunkt von c, d	$C = (-3,47 -0,4)$
7	Punkt D	Schnittpunkt von c, d	$D = (-3,47 -5,2)$
8	Dreieck d1	Polygon A, B, C	$d1 = 6$

Fig. 2

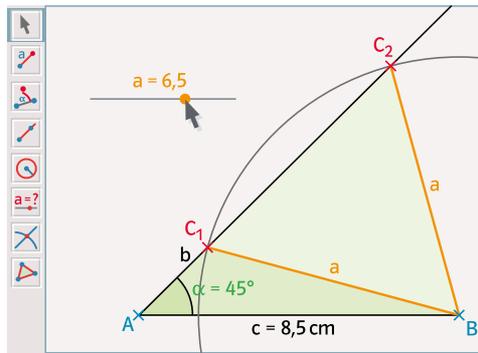
Genauigkeit beim Konstruieren – Längen variieren

3 Konstruiert werden soll ein Dreieck ABC. Es ist $\overline{AB} = c = 8,5\text{cm}$ und $\alpha = 45^\circ$. Für die Seite a sollen verschiedene Längen möglich sein.

Dazu zeichnet man einen Kreis mit dem Mittelpunkt B und dem Radius a. Wenn man eine Variable eingibt, wird man häufig gefragt, ob man einen Schieberegler erstellen möchte. Seine Eigenschaften lassen sich dann nachträglich verändern.

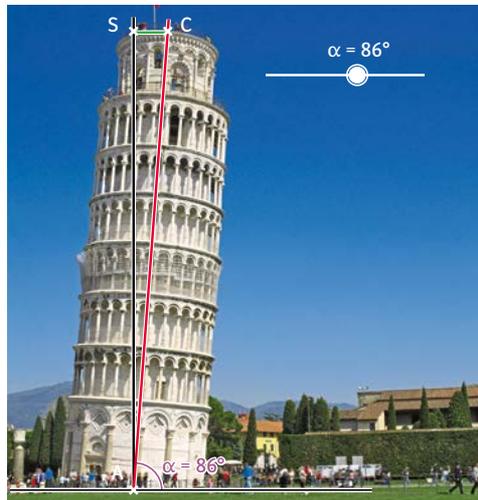


- Konstruiere das Dreieck ABC. Nutze einen Schieberegler für die Seite a. a soll zwischen 0 und 10 liegen.
- Was passiert für verschiedene Werte von a? Formuliere eine Entdeckung.
- Untersuche, ob sich für $a = 6$ ein Dreieck konstruieren lässt. Nutze die Möglichkeit, den Bildschirmausschnitt zu vergrößern.
- Bestimme einen Wert für a, bei dem es genau ein Dreieck gibt. (In diesem Fall berührt der Kreis um B den Strahl, der von A ausgeht.) Verfeinere dazu die Schrittweite des Schiebereglers und wähle einen kleineren Bereich für a.



Genauigkeit beim Konstruieren – Winkel variieren

4 Beim schiefen Turm von Pisa ist die rot eingezeichnete Strecke ca. 56 m lang. An der Spitze hat er eine Auslenkung von ca. 3,9 m (grün); $\alpha \approx 86^\circ$ ist der eingezeichnete Neigungswinkel.



- Konstruiere eine Grafik wie rechts mit einem Geometrieprogramm:
 - Beginne mit dem Winkel α und erstelle einen Schieberegler (α soll zwischen 80° und 90° liegen).
 - Zeichne dann einen Kreis mit dem Radius 56 um den Scheitelpunkt von α , um die rote Strecke zu erhalten.
 - Um die grüne Strecke \overline{SC} zu erhalten, konstruiere den Schnittpunkt S einer Parallelen zum „Boden“ durch C und einer Senkrechten zum „Boden“ durch A.
- In der Zeitung Südkurier berichtete ein Geotechniker von der Aufrichtung des Turms, die von 1990 bis 2001 aus Sicherheitsgründen stattgefunden hat: „Seit Beginn der Kur hat der Turm seine Neigung um zweitausend Bogensekunden verringert, mehr oder weniger ein halbes Grad, das entspricht 45 Zentimetern.“ Überprüfe die Aussagen des Geotechnikers: Rechne nach und variiere die Werte für den Winkel α .

Eine Bogensekunde (auch: Winkelsekunde) ist der 3600. Teil eines Grads.