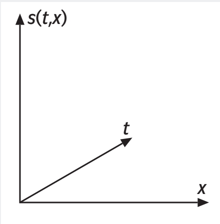
Methode

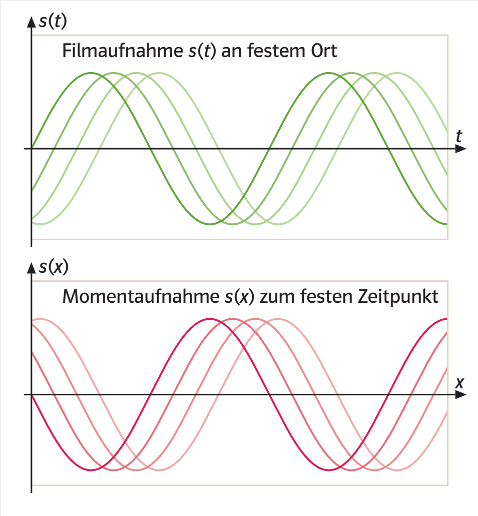
Beschreibung von Wellen



B1

Beschreibung durch Sinuskurven Eine periodische Welle ist ein zeitlich und räumlich periodischer Vorgang. Ihre vollständige Beschreibung im Raum erfordert drei Koordinaten für den Ort eines Oszillators sowie je einen Wert für den Zeitpunkt t und die Elongation s, d.h. ein Koordinatensystem mit fünf Achsen. Das ist in unserem dreidimensionalen Anschauungsraum nicht darstellbar.
Wenn man nur eine lineare Anordnung von Oszillatoren betrachtet, kann ihr Ort jeweils durch eine einzige Koordinate x beschrieben werden. In einem dreidimensionalen Koordinatensystem (→**B1**) kann man dann die Elongation als Funktion $s(x,t)$ mit drei Variablen darstellen. Auf einer Zeichenfläche lässt sich dies nur verzerrt wiedergeben (→**B3**).

In einem $s(t)$-Diagramm wird für einen Oszillator am Ort x das zeitliche Nacheinander in ein räumliches Nebeneinander übersetzt, wie in der Filmaufnahme eines einzelnen Oszillators. Ein $s(x)$-Diagramm beschreibt die Lage aller Oszillatoren zu einem Zeitpunkt t, entsprechend einer Momentaufnahme aller Oszillatoren. Bei einer harmonischen Welle ergeben sich in allen Fällen Sinuskurven, die je nach Wahl von x bzw. t verschoben sind. **B2** zeigt die Kurven für jeweils vier verschiedene Zeitpunkte bzw. Orte.



B2

Herleitung der Wellengleichung In einer harmonischen Welle schwingt jeder Oszillator harmonisch. Wenn z.B. die Bewegung des Oszillators 1, der sich am Ort $x = 0$ befindet, zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer Auslenkung nach oben beginnt, wird der zeitliche Ablauf der Schwingung durch folgende Gleichung beschrieben:

$$s_1(t) = s_M \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

Betrachtet man Oszillator n am Ort x, so wird dieser später von der Schwingung erfasst. Eine ihm zugeordnete Uhr zeigt den Beginn der Bewegung mit $t' = 0$ an, die zugehörige Gleichung lautet:

$$s_5(t) = s_M \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t'\right)$$

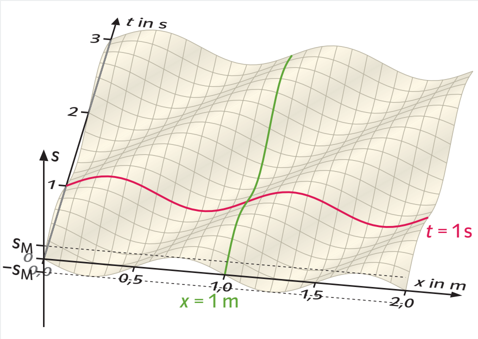
Zwischen den Uhren besteht der Zeitunterschied $\Delta t = t - t'$. Durch die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle ist Δt umso größer, je größer der Abstand zwischen den Oszillatoren ist. Für eine Strecke x benötigt eine Störung die Zeitdauer

$$\Delta t = \frac{x}{c} = x \cdot \frac{T}{\lambda}$$

An einem beliebigen Ort x ist die Auslenkung zur Zeit $t' = t - \Delta t$

$$s = s_M \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot (t - \Delta t)\right)$$
$$= s_M \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{\Delta t}{T}\right)\right)$$
$$= s_M \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

Dies ist die **Wellengleichung der harmonischen Welle**. Sie beschreibt sowohl den zeitlichen Ablauf der Bewegung eines Oszillators am Ort x in der Welle, als auch die räumliche Verteilung aller Auslenkungen für jeden Zeitpunkt t.



B3