6.5 Stehende Wellen

Bei vielen Musikinstrumenten spielt die Länge der Tonerzeuger eine wesentliche Rolle: Die Länge der Saite bestimmt bei Klavier, Gitarre oder Streichinstrument die Tonhöhe ebenso wie bei der Orgel die Länge der Pfeife.

Überlagerung gegenläufiger Wellen

Schall- und Seilwellen überlagern sich auch, wenn sie entgegengesetzte Ausbreitungsrichtungen haben. Unter bestimmten Bedingungen kann dann Interferenz auftreten: Im Fall der Schallwellen lässt sich z. B. mit einem Mikrofon und zwei Lautsprechern die entstehende Interferenz nachweisen. Dazu stellt man die Lautsprecher, die mit dem gleichen Generator betrieben werden, einander gegenüber. Mit einem Mikrofon registriert man längs der Verbindungslinie abwechselnd Stellen mit niedriger und hoher Lautstärke.

Abbildung **B1** beschreibt das Prinzip der Überlagerung an zwei gegenläufigen Wellen gleicher Amplitude und Frequenz mit einigen Momentaufnahmen:

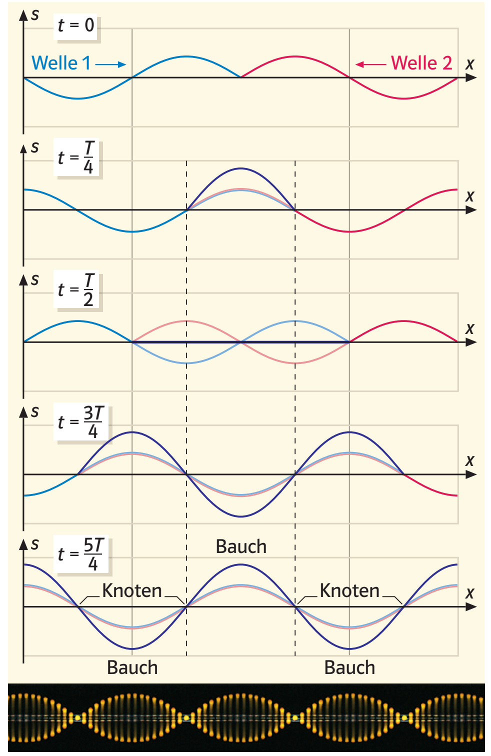
- Die Amplituden (maximalen Auslenkungen) sind an jedem Ort zeitlich konstant.
- Es gibt Stellen, an denen die Amplitude stets null ist, sie heißen **Knoten**.
- Es gibt Stellen mit stets maximaler Amplitude, sie heißen **Bäuche**.
- Die Entfernung zwischen benachbarten Knoten oder Bäuchen beträgt $\lambda/2$.
- Zwischen zwei benachbarten Knoten schwingen alle Oszillatoren im Gleichtakt. Vor und nach einem Knoten schwingen die Oszillatoren im Gegentakt.

Dieses Interferenzergebnis wird als **stehende Welle** bezeichnet.

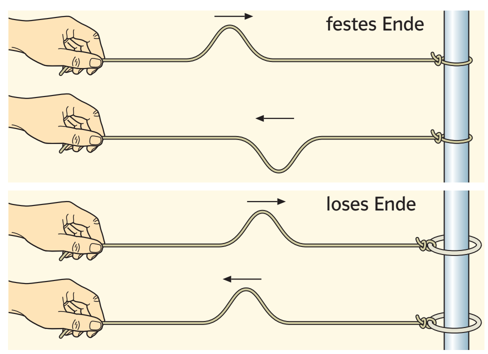
Eingesperrte Wellen

Durch die Reflexion einer Welle können zwei gegenläufige Wellen entstehen, die sich überlagern und interferieren. Besonders gut lässt sich dies an Seilwellen beobachten.

Die Abbildung **B2** zeigt die Reflexion einer solchen Seilwelle. Es wird deutlich, dass man dabei unterscheiden muss, ob das reflektierende Ende frei beweglich oder fest eingespannt ist: Bei einem festen Ende wird ein Berg als Tal und ein Tal als Berg reflektiert, es kann sich dort nur ein Knoten ausbilden.
Bei einem losen Ende wird ein Berg als Berg und ein Tal als Tal reflektiert, d. h., dort bildet sich ein Bauch aus.



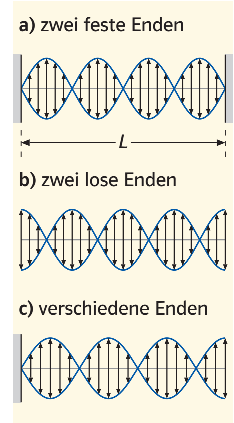
B1 Momentdarstellungen zur Ausbildung stehender Wellen



B2 Zur Reflexion von Seilwellen

Bei der Überlagerung gleicher gegenläufiger Wellen ergeben sich stehende Wellen mit Schwingungsknoten und Schwingungsbäuchen.

A1 ○ Ergänzen Sie zur Abbildung **B1** die *x*-*s*-Diagramme für die Zeitpunkte $t = T/8$ sowie $t = T$.



B1 Stehende Wellen durch Reflexion

B3 Auf einem eingespannten Gummiband wandern die Auslenkungen nicht mehr.

Ein an beiden Enden eingespanntes Gummiband wird an einem Ende periodisch so ausgelenkt, dass eine harmonische Welle entsteht. Sie wird am anderen Ende reflektiert. Auf dem Gummiband breiten sich zwei gegenläufige Wellen gleicher Frequenz und annähernd gleicher Amplitude aus. Es bildet sich eine stehende Welle, allerdings nur bei ganz bestimmten Frequenzen bzw. Wellenlängen. Abbildung **B3** zeigt eine stehende Welle. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Knoten bzw. Bäuchen beträgt $\lambda/2$.

Auf einem Gummiband der Länge L mit zwei festen Enden kann sich eine stehende Welle nur ausbilden, wenn die Länge L ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge beträgt, also muss $L = k \cdot \lambda/2$ mit $k = 1, 2, 3 \ldots$ sein. Bei zwei losen Enden entstehen an den Enden Bäuche, Knoten und Bäuche vertauschen also gegenüber festen Enden ihre Positionen. Entsprechend erhält man für zwei verschiedene Enden: $L = (2k - 1) \cdot \lambda/4$.
Damit ergeben sich für die Ausbildung stehender Wellen folgende Bedingungen:
Im Fall gleichartiger Reflexionen am Rand gilt

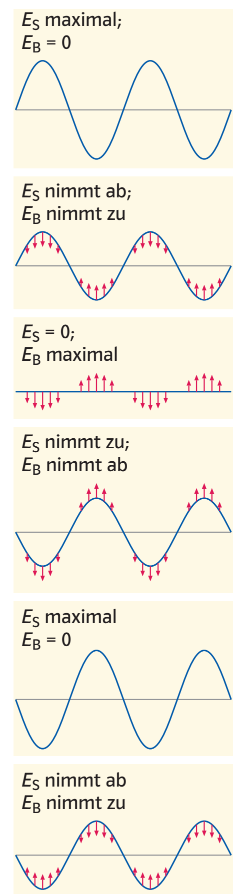
$\lambda = \frac{2L}{k}$ mit $k = 1, 2, 3 \ldots,$

bei verschiedenartigen Reflexionen gilt

$\lambda = \frac{4L}{(2k-1)}$ mit $k = 1, 2, 3 \ldots$

Die stehende Welle mit der größtmöglichen Wellenlänge ($k = 1$) nennt man **Grundwelle**, die anderen **Oberwellen**. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle hängt vom Medium ab. Aus $c = \lambda \cdot f$ ergibt sich zu jeder Wellenlänge eine bestimmte Frequenz. Bezeichnet f_0 die Frequenz der Grundwelle, so gilt:
- bei zwei gleichen Enden
  $f = k \cdot f_0$ mit $k = 1, 2, 3 \ldots$
- bei zwei verschiedenen Enden
  $f = (2k - 1) \cdot f_0$ mit $k = 1, 2, 3 \ldots$

Dies sind die **Eigenfrequenzen** der Anordnung. Ähnliche Überlegungen gelten auch für stehende Wellen, die durch Schall auf einer Metallplatte erzeugt werden. Die Knoten bilden Linien in der Platte. Befindet sich Sand auf den Platten, sammelt sich dieser auf den Knotenlinien und bildet die Chladni'schen Figuren (→**B4**).



B2 Energie der stehenden Welle

Interferenz und Energie

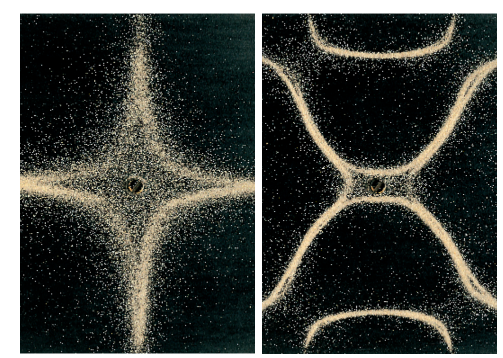
Eine fortschreitende Welle transportiert Energie. Auch die stehende Welle hat Energie, die zwischen den Knoten als Bewegungsenergie sichtbar wird. Die Gesamtenergie einer stehenden Welle ergibt sich aus der Summe der Bewegungsenergien aller Oszillatoren, wenn diese sich, mit Ausnahme der in den Knotenpunkten ständig ruhenden, gleichzeitig durch die Ruhelage bewegen.

Bei der fortschreitenden Welle tragen Bewegungsenergie und Spannenergie in jedem Zeitpunkt je zur Hälfte zur Gesamtenergie bei. Im Gegensatz dazu ändern sich bei einer stehenden Welle die Anteile von Bewegungsenergie und Spannenergie an der konstanten Gesamtenergie ständig (→**B2**). So sind z. B. zum Zeitpunkt maximaler Auslenkung alle Oszillatoren gleichzeitig in Ruhe. Die Gesamtenergie liegt nun als Spannenergie vor. Zum Zeitpunkt, in dem sich alle Oszillatoren durch die Ruhelage bewegen, gibt es nur Bewegungsenergie.

Stehende Wellen entstehen durch Überlagerung zweier gleichartiger gegenläufiger Wellen. Eine stehende Welle transportiert keine Energie.

A1 ◒ Diskutieren Sie mögliche Zusammenhänge zwischen dem Phänomen Resonanz und den Erkenntnissen über stehende Wellen.

A2 ◒ Eine Orgelpfeife liefert beim Anblasen einen bestimmten Ton. Der Ton ist höher, wenn anstelle von Luft Erdgas in der Pfeife ist. Erläutern Sie Ihre Schlussfolgerung daraus.



B4 Chladni'sche Figuren für zwei Frequenzen